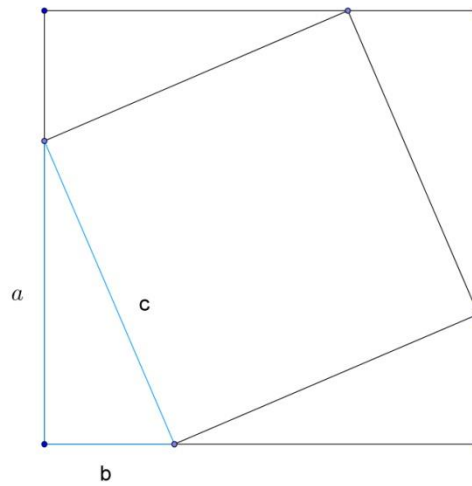
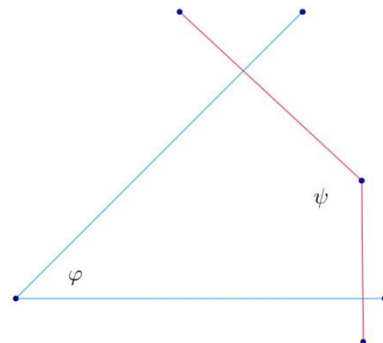
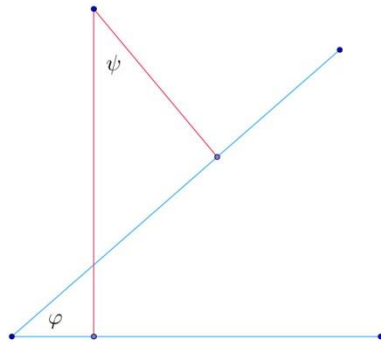


## Γεωμετρία

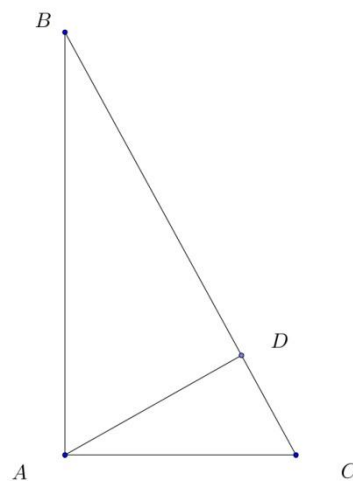
1. Να χρησιμοποιήσετε το παρακάτω σχήμα για να αποδείξετε το Πυθαγόρειο θεώρημα:



2. Θεωρούμε δύο γωνίες με τις πλευρές της μίας να είναι κάθετες στις πλευρές της άλλης. Να αποδείξετε ότι είναι ίσες ή παραπληρωματικές.



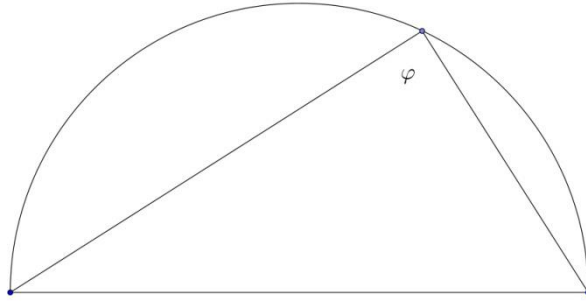
3. Θεωρούμε το ορθογώνιο τρίγωνο ABC με  $A=90^\circ$ .



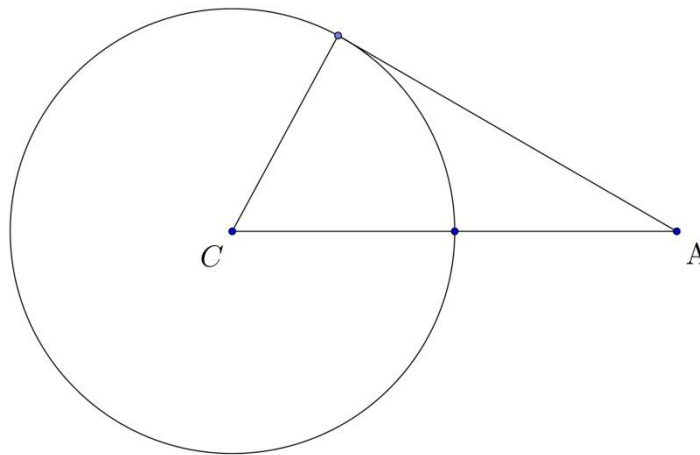
Αν το  $AD$  είναι κάθετο στο  $CB$  (ύψος), να αποδείξετε ότι  $AD^2 = CD \times DB$ .

4. Ο  $d$  λέγεται γεωμετρικός μέσος των  $a, b$  αν  $d^2 = ab$ . Να κατασκευάσετε τον  $d$  αν δίνονται οι  $a, b$ .

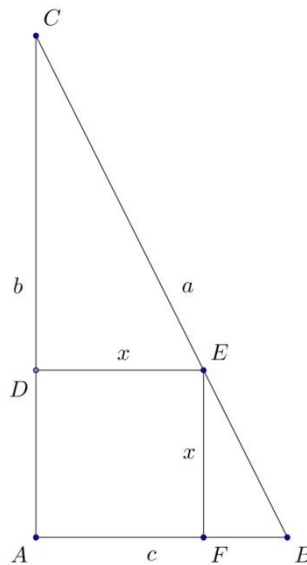
5. Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\phi$  στο παρακάτω σχήμα είναι ορθή.



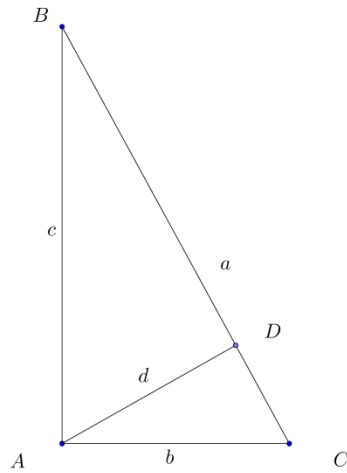
6. Δίδεται ένας κύκλος και ένα σημείο εκτός αυτού. Να κατασκευάσετε μια ευθεία που διέρχεται από το σημείο και εφάπτεται στον κύκλο.



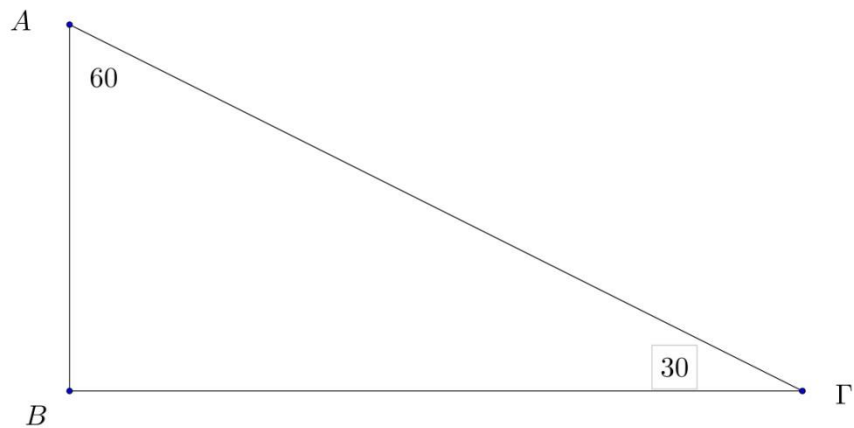
7. Θεωρούμε το ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  με  $A=90^\circ$ . Αν το  $ADEF$  είναι ένα τετράγωνο να αποδείξετε ότι  $\frac{1}{x} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b}$ . Πως εντοπίζουμε το σημείο  $E$ ;



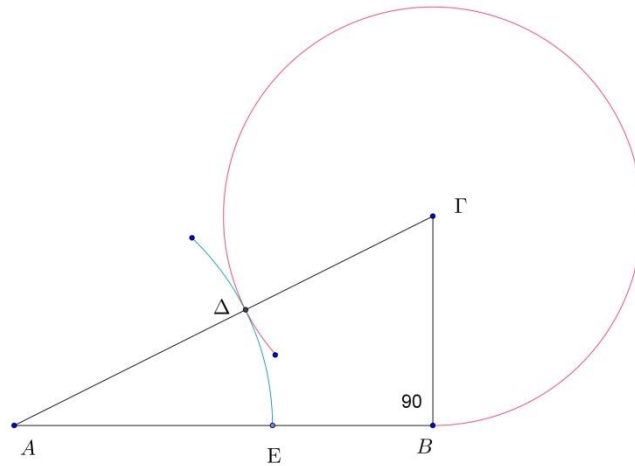
8. Θεωρούμε το ορθογώνιο τρίγωνο ABC με  $A=90^\circ$ . Αν το AD είναι κάθετο στο CB (ύψος), να αποδείξετε ότι  $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .



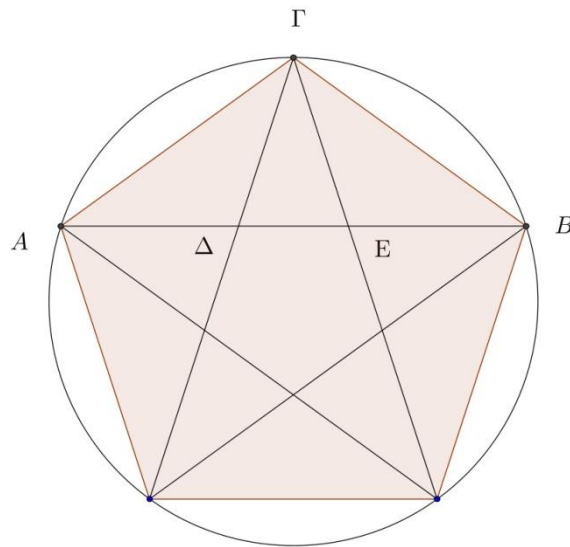
9. Να δείξετε ότι στο παρακάτω τρίγωνο ισχύει η σχέση  $AG=2AB$ .



10. Να κατασκευάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε ένα δοθέντα κύκλο.
11. Να κατασκευάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο περιγεγραμμένο σε ένα δοθέντα κύκλο.
12. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό εξάγωνο.
13. Χρυσή τομή. Θεωρούμε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB. Στο B χαράσσουμε κάθετο ευθύγραμμο τμήμα με μήκος  $AB/2$ . Επί του AG παίρνουμε το σημείο Δ ώστε  $ΓΔ=ΒΓ$  και επί του AB παίρνουμε σημείο Ε με  $ΑΕ=ΑΔ$ . Το Ε λέγεται σημείο χρυσής τομής. Αποδείξτε ότι  $AE/AB=EB/AE$ .



14. Θεωρούμε το παρακάτω κανονικό πεντάγωνο:



Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΕΒ και ΓΑΒ είναι όμοια, οπότε  $\frac{ΑΓ}{ΑΒ} = \frac{ΓΕ}{ΓΒ}$ , ή  $ΑΓ \cdot ΓΒ = ΑΒ \cdot ΓΕ$ . Έτσι  $ΑΕ^2 = ΑΒ \cdot ΕΒ$ . Άρα το σημείο Ε είναι σημείο χρυσής τομής. Για την κατασκευή του κανονικού εξαγώνου ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία.

Θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, βρίσκουμε το σημείο χρυσής τομής Ε. Με κέντρα Α, Β και ακτίνα ΑΕ κατασκευάζουμε δύο κύκλους που τέμνονται στο Γ...