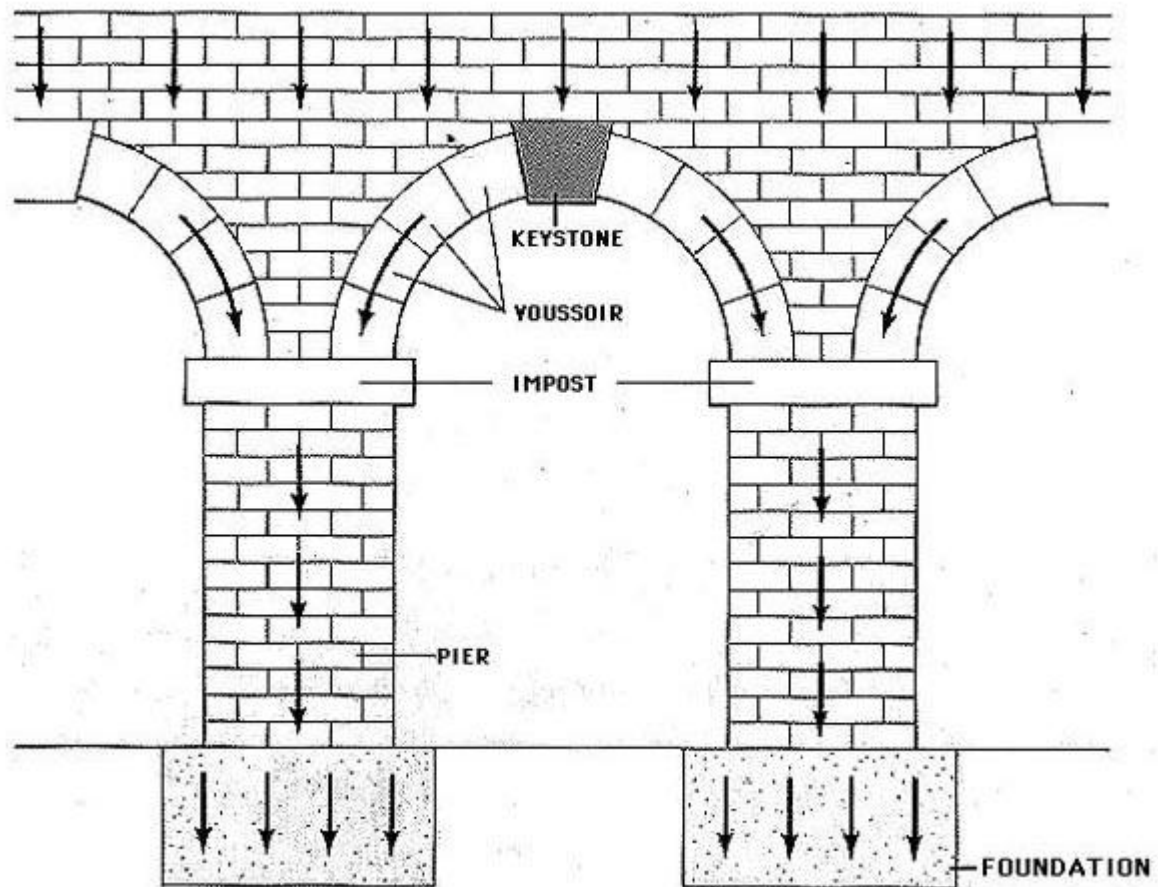


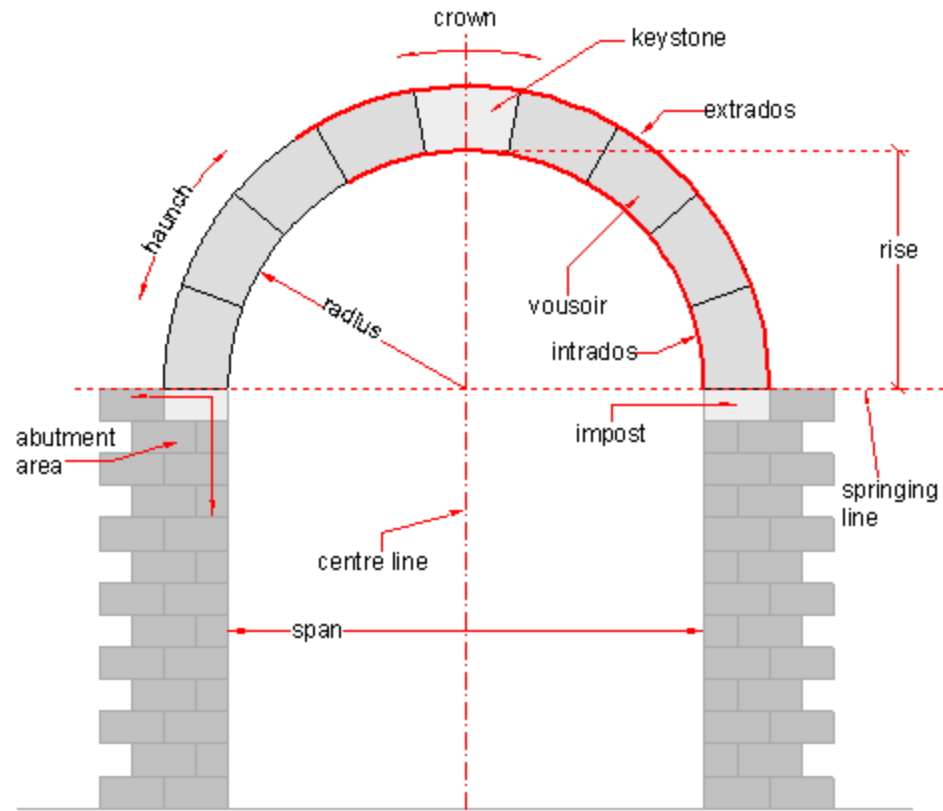
Ρωμαϊκή αψίδα - Roman arch



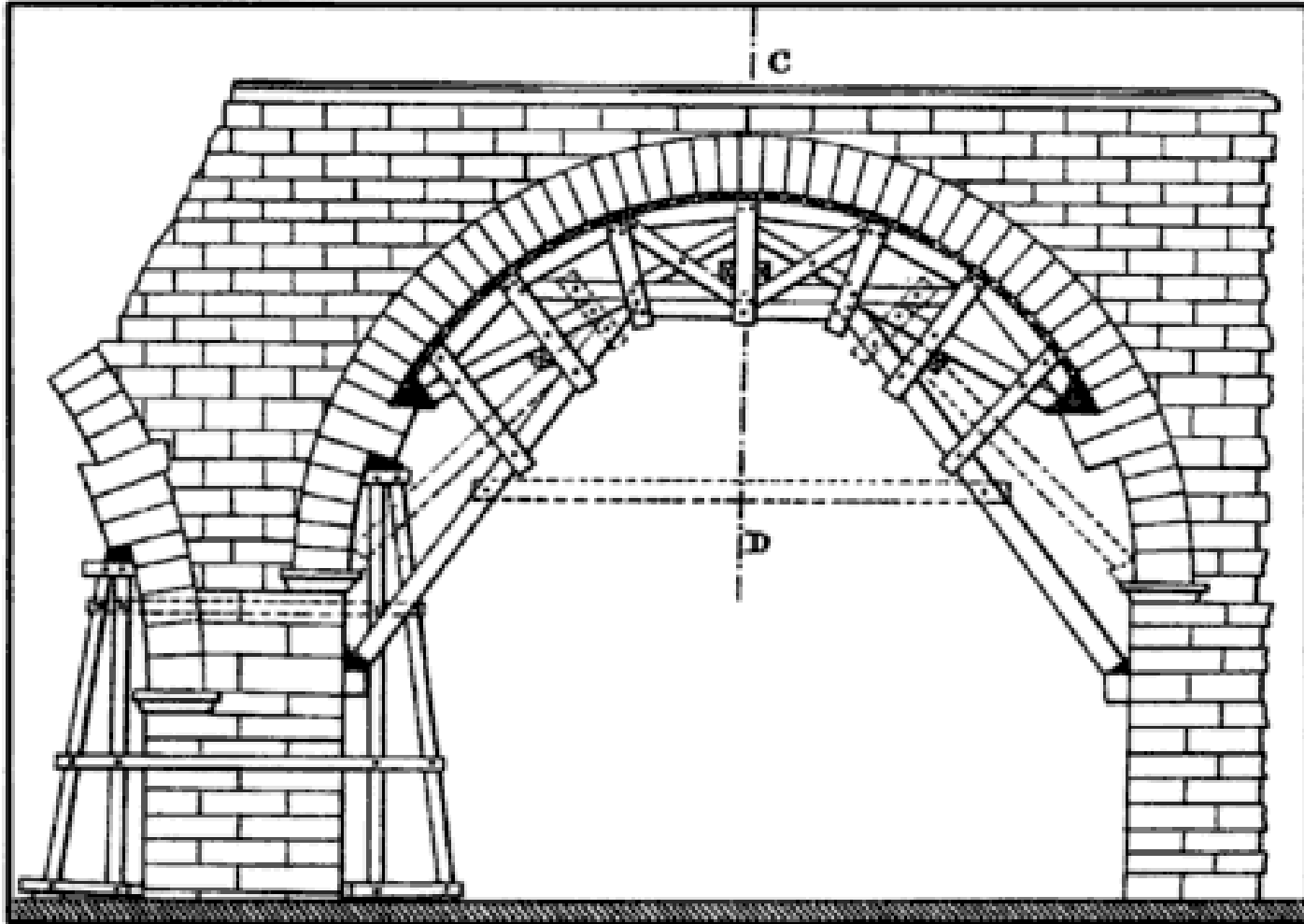
Η αψίδα του Καρακάλλα, Αλγερία.



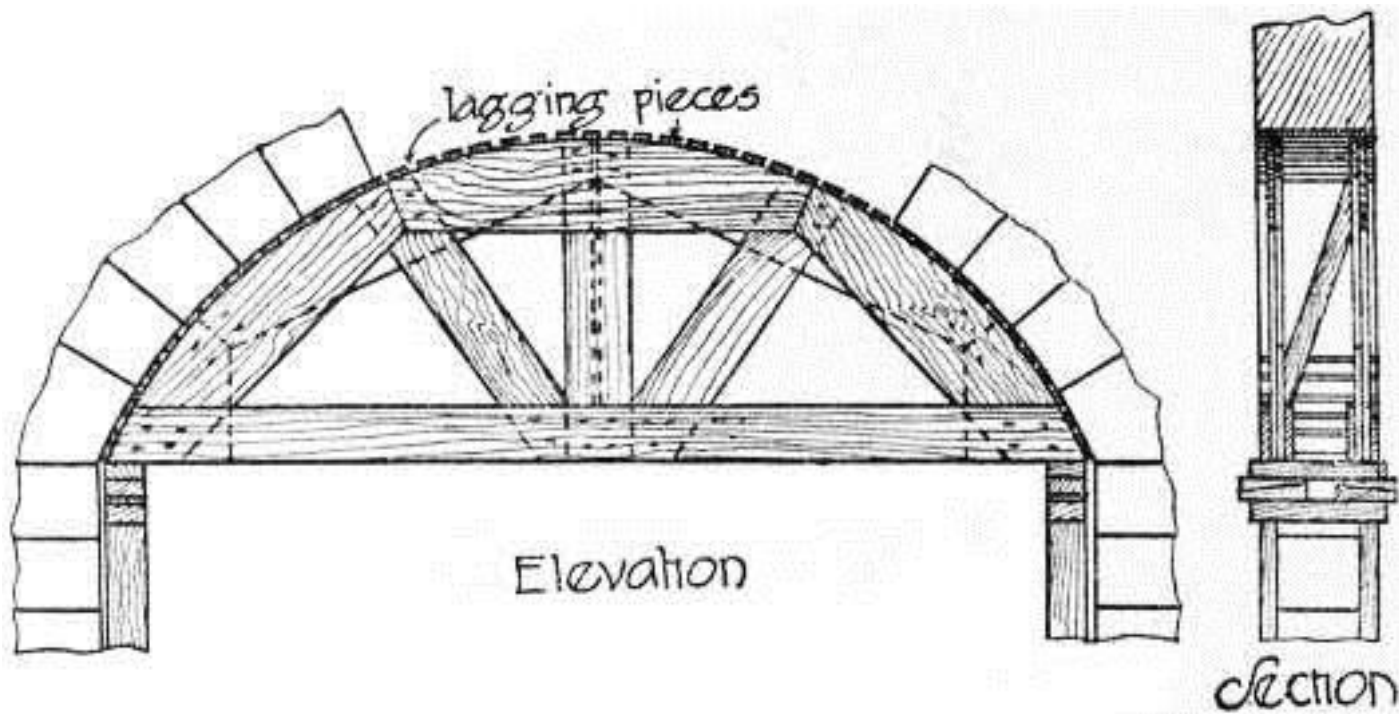
<http://architecturemodelgalleries.blogspot.com/2013/08/architecture-keystone-voussoir.html>



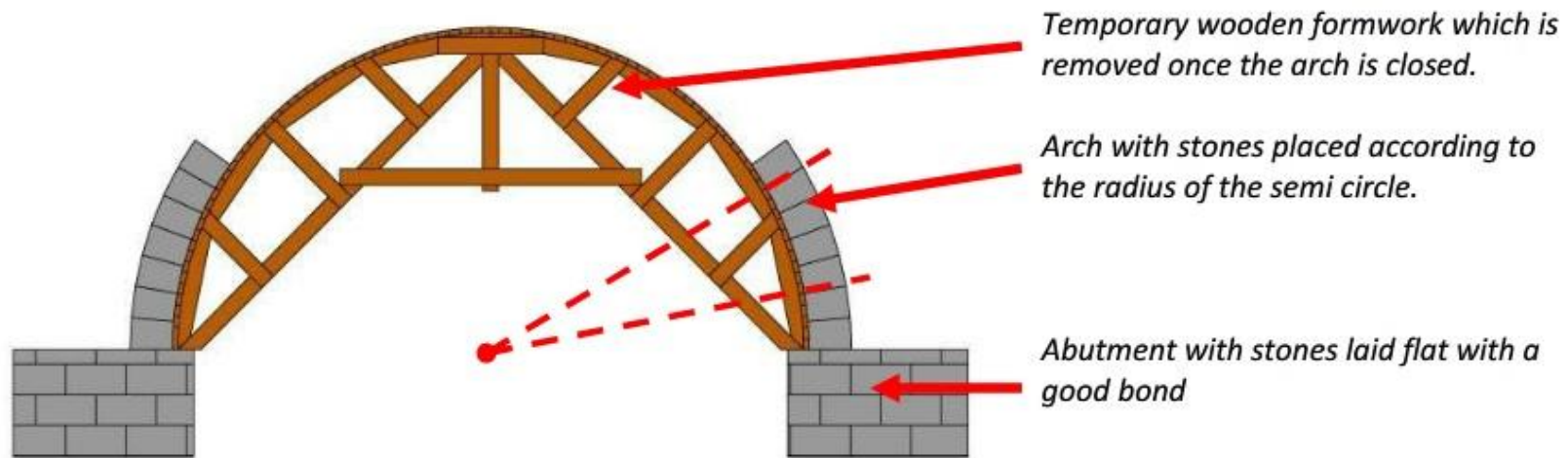
<http://www.builderbill-diy-help.com/arch-definitions.html>



<https://gr.pinterest.com/pin/101260691598426243/>

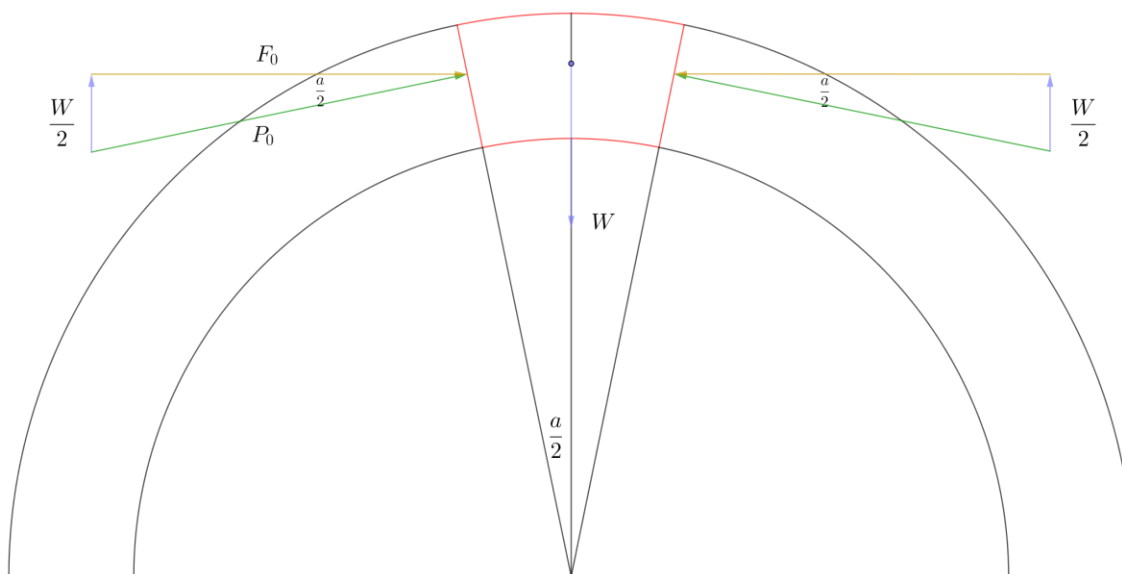


[https://en.wikisource.org/wiki/Page:EB1911 - Volume 05.djvu/401#/media/File:EB1911 Carpentry Fig. 22 - Centering for Stone Arch.jpg](https://en.wikisource.org/wiki/Page:EB1911_-_Volume_05.djvu/401#/media/File:EB1911_Carpentry_Fig._22_-_Centering_for_Stone_Arch.jpg)



<https://gr.pinterest.com/pin/116530709086301775/>

Θα αναλύσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέρη που απαρτίζουν την ρωμαϊκή αψίδα [1]. Εξετάζουμε πρώτα το κλειδί.



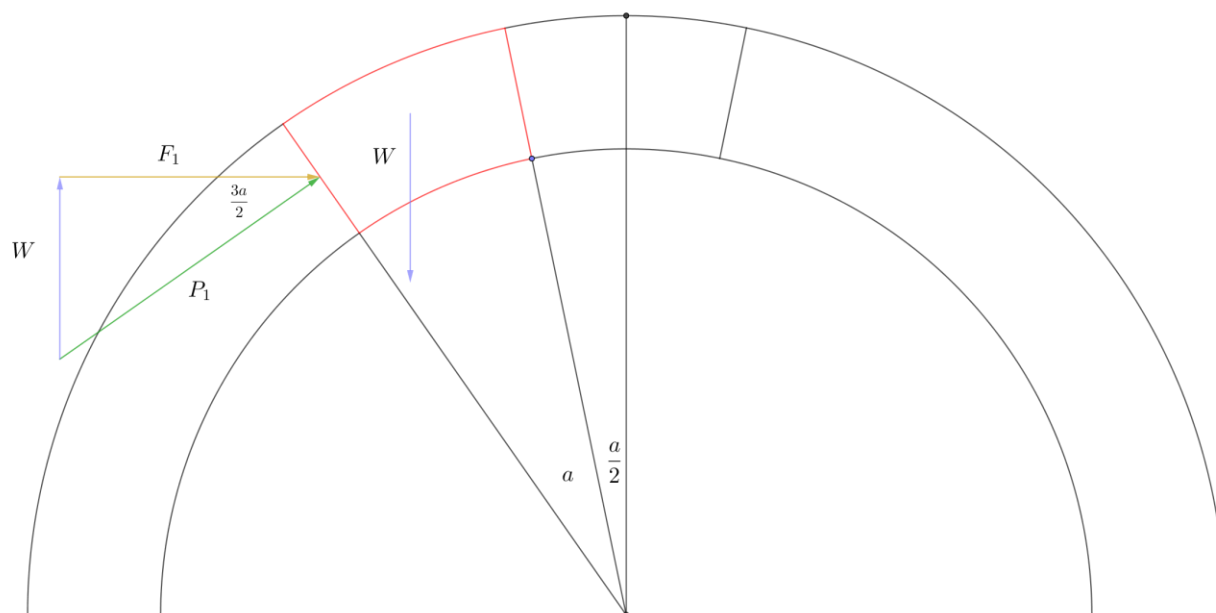
Παρατηρούμε ότι

$$F_0 = P_0 \cos \frac{a}{2}, \quad \frac{W}{2} = P_0 \sin \frac{a}{2}$$

οπότε,

$$P_0 = \frac{W}{2} \frac{1}{\sin \frac{a}{2}}, \quad F_0 = \frac{W}{2} \frac{1}{\sin \frac{a}{2}} \cos \frac{a}{2} = \frac{W}{2} \frac{1}{\tan \frac{a}{2}}$$

Θα εξετάσουμε τώρα την γειτονική πέτρα



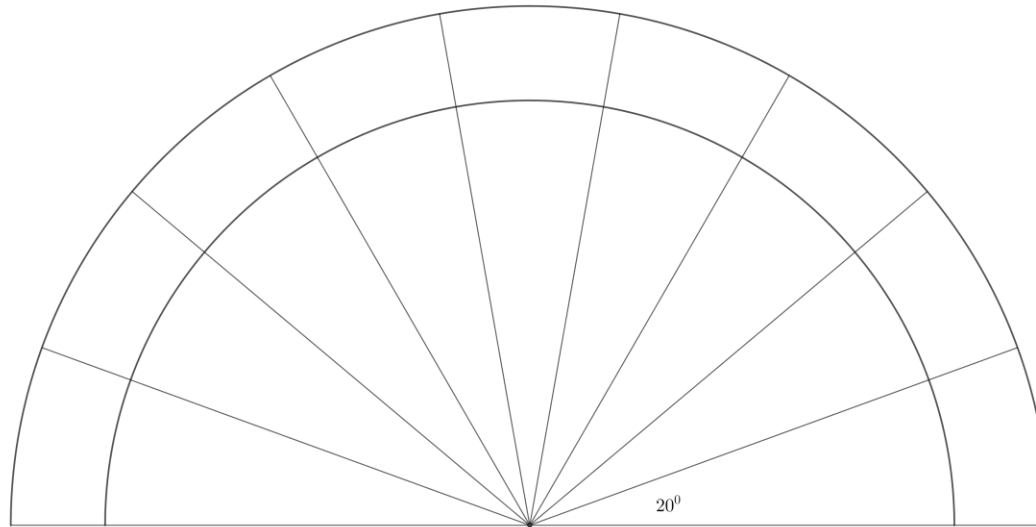
$$F_1 = P_1 \cos \frac{a}{2}, \quad W = P_1 \sin \frac{3a}{2}$$

οπότε,

$$P_1 = W \frac{1}{\sin \frac{3a}{2}}, \quad F_1 = W \frac{1}{\sin \frac{3a}{2}} \cos \frac{3a}{2} = \frac{W}{\tan \frac{3a}{2}}$$

Συνεχίζοντας παίρνουμε ότι $F_2 = \frac{W}{\tan \frac{5a}{2}}$, $F_3 = \frac{W}{\tan \frac{7a}{2}}$...

Έστω $W = 100kg$ και $\alpha = 20^\circ$. Τότε ο αριθμός των στοιχείων της αψίδας είναι $\frac{180}{20} = 9$.



Από τα παραπάνω

$$F_0 = \frac{W}{2} \frac{1}{\tan \frac{a}{2}} \approx 50 \frac{1}{0.176} \approx 284$$

$$F_1 = \frac{W}{\tan \frac{3a}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 100\sqrt{3} \approx 173$$

$$F_2 = \frac{W}{\tan \frac{5a}{2}} \approx \frac{100}{1.2} \approx 83$$

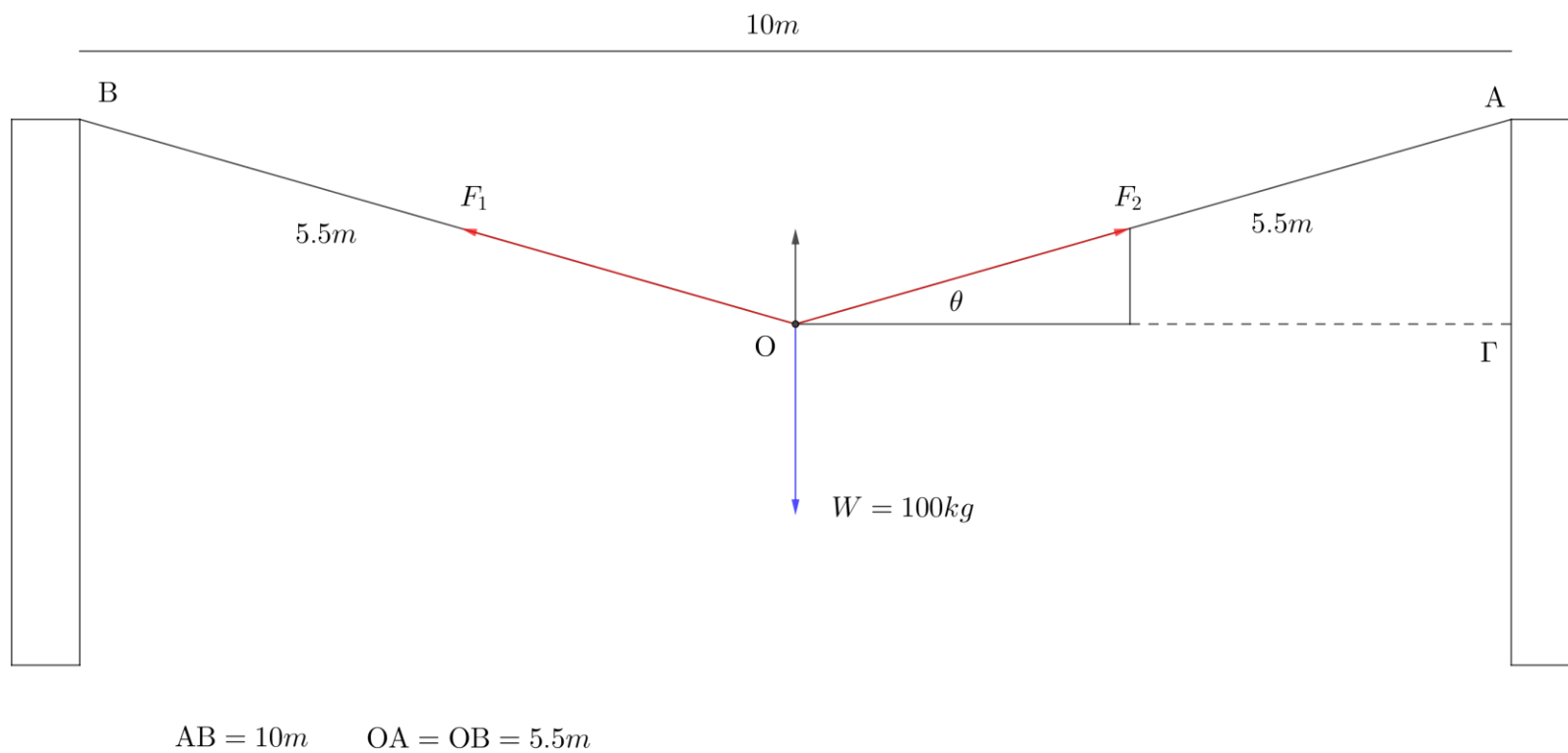
$$F_3 = \frac{W}{\tan \frac{7a}{2}} \approx \frac{100}{2.74} \approx 37$$

Η δύναμη που ασκεί η βάση της ασπίδας είναι αντίθετη στο άθροισμα

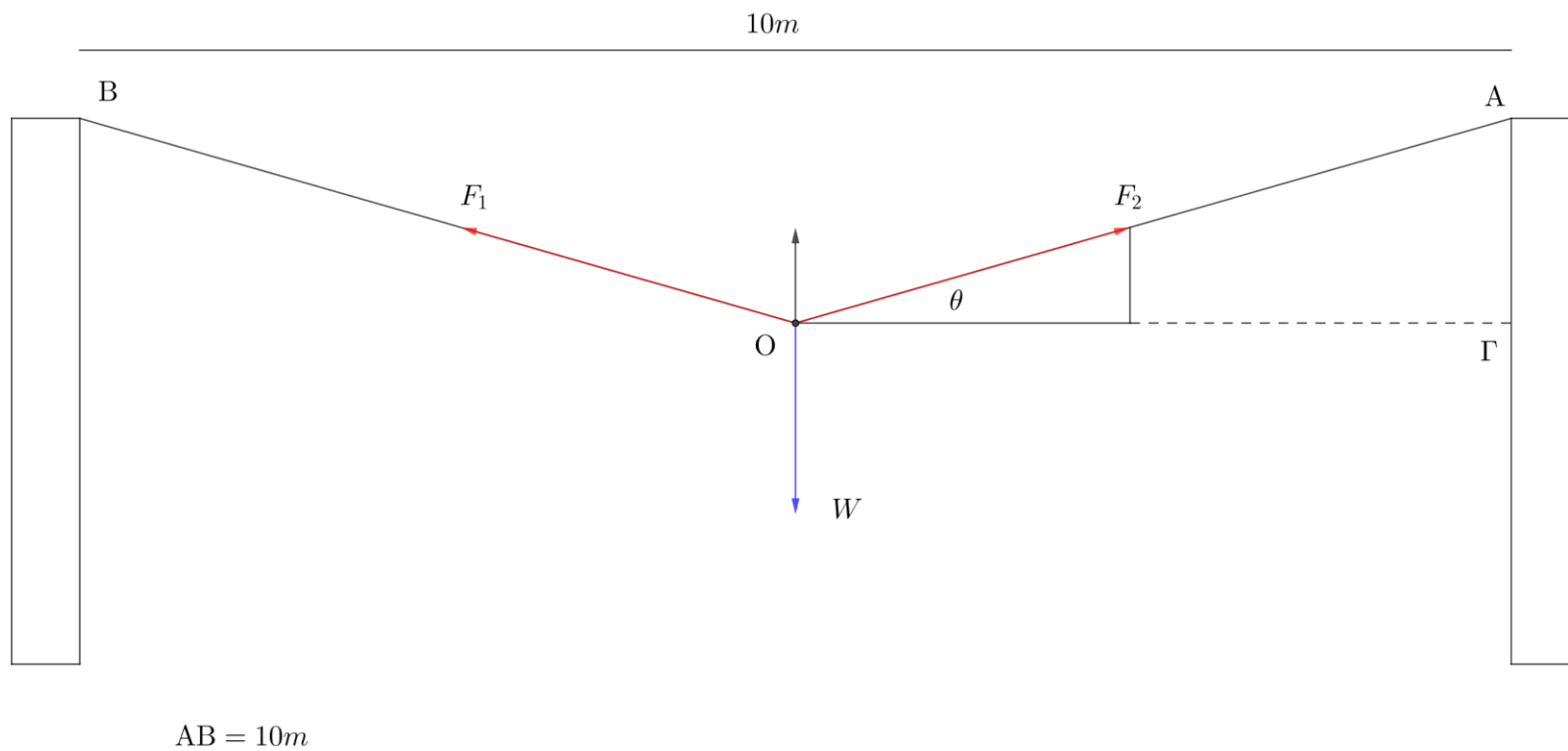
$$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 = 284 + 173 + 83 + 37 = 577kg.$$

Ασκήσεις

1. Η απόσταση μεταξύ δύο δοκών είναι 10 μέτρα. Σε αυτές είναι στερεωμένο ένα καλώδιο μήκους 11 μέτρων από την μέση του οποίου κρέμεται βάρος 100 κιλών. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις F_1, F_2 που ασκεί το βάρος στο καλώδιο.



2. Να βρείτε την σχέση μεταξύ W και θ και να μελετήσετε την συμπεριφορά των δυνάμεων F_1, F_2 όταν το θ πλησιάζει το 0.



Βιβλιογραφία

[1] A. Hahn, Mathematical Excursions to the World's great buildings, Princeton University Press, 2012.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Arch_of_Caracalla_\(Thebeste\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Arch_of_Caracalla_(Thebeste))

http://www.earth-auroville.com/stability_notions_en.php