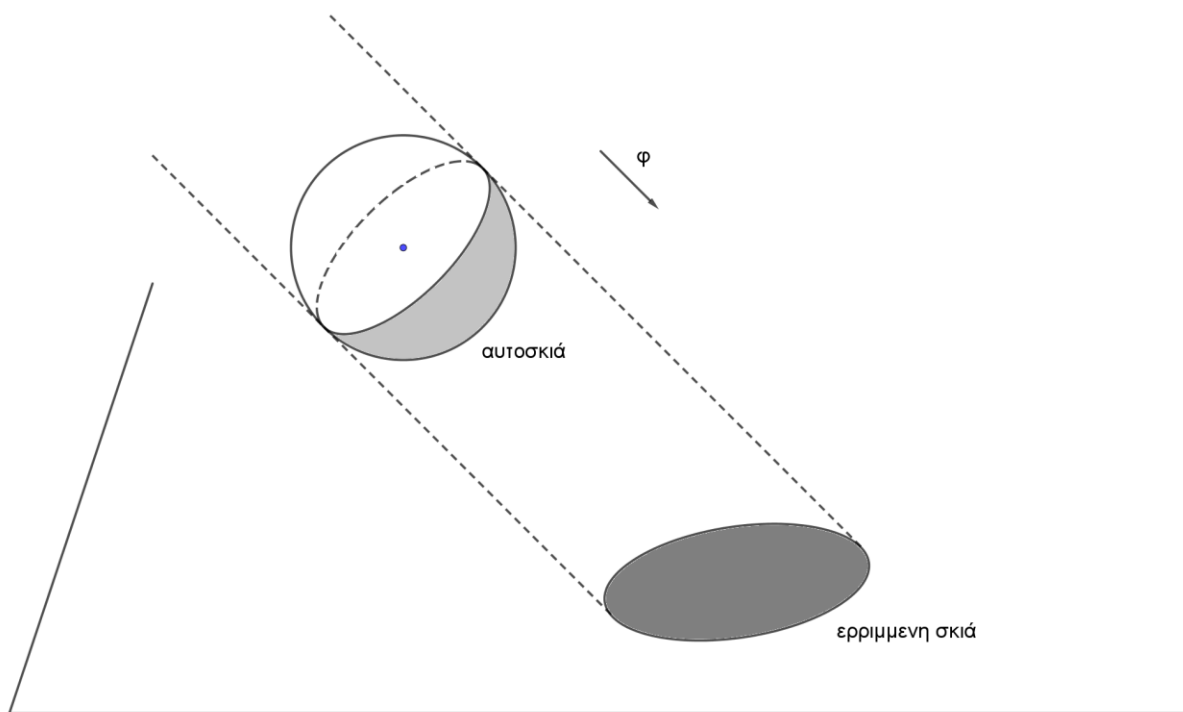


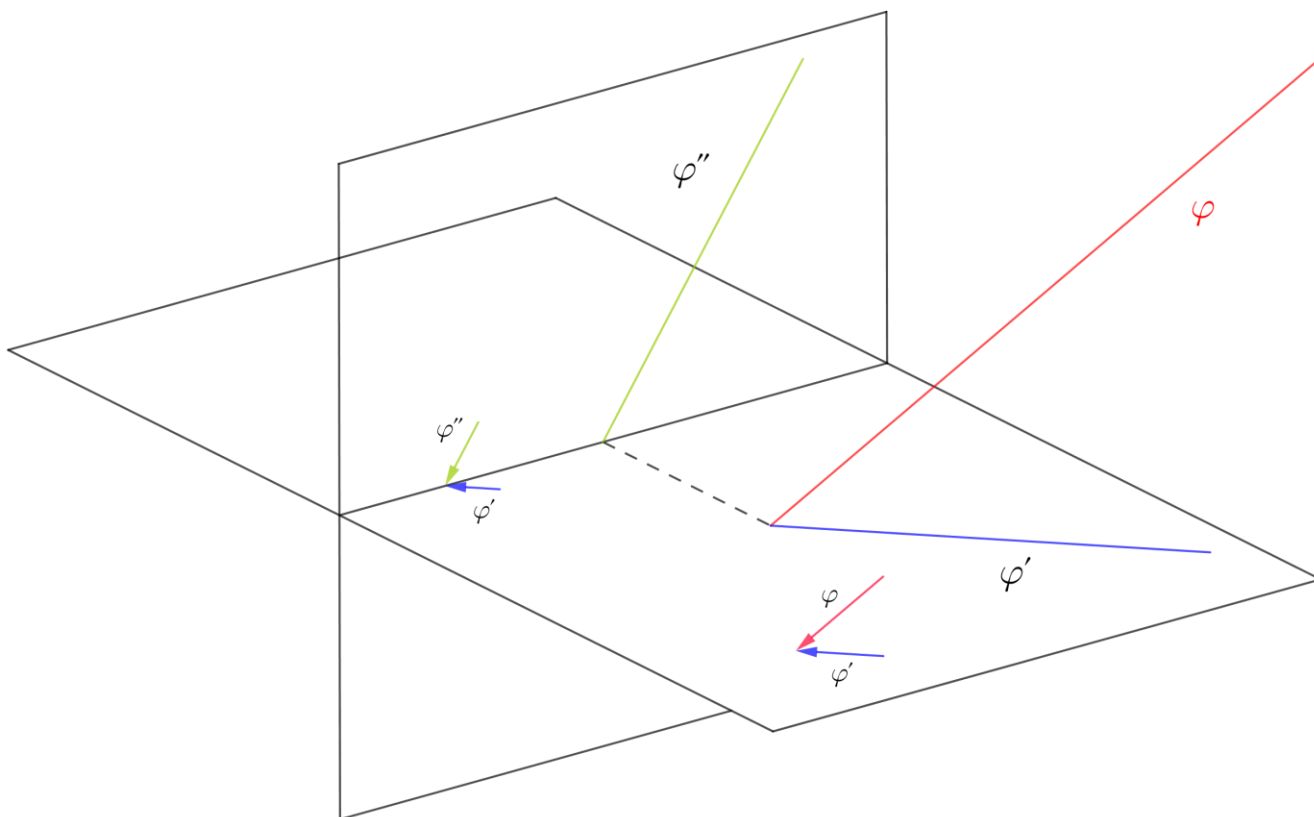
# Σκιαγραφία

Αυτοσκιά, ερριμμένη σκιά



Σχήμα 1

Ακτίνα φωτός

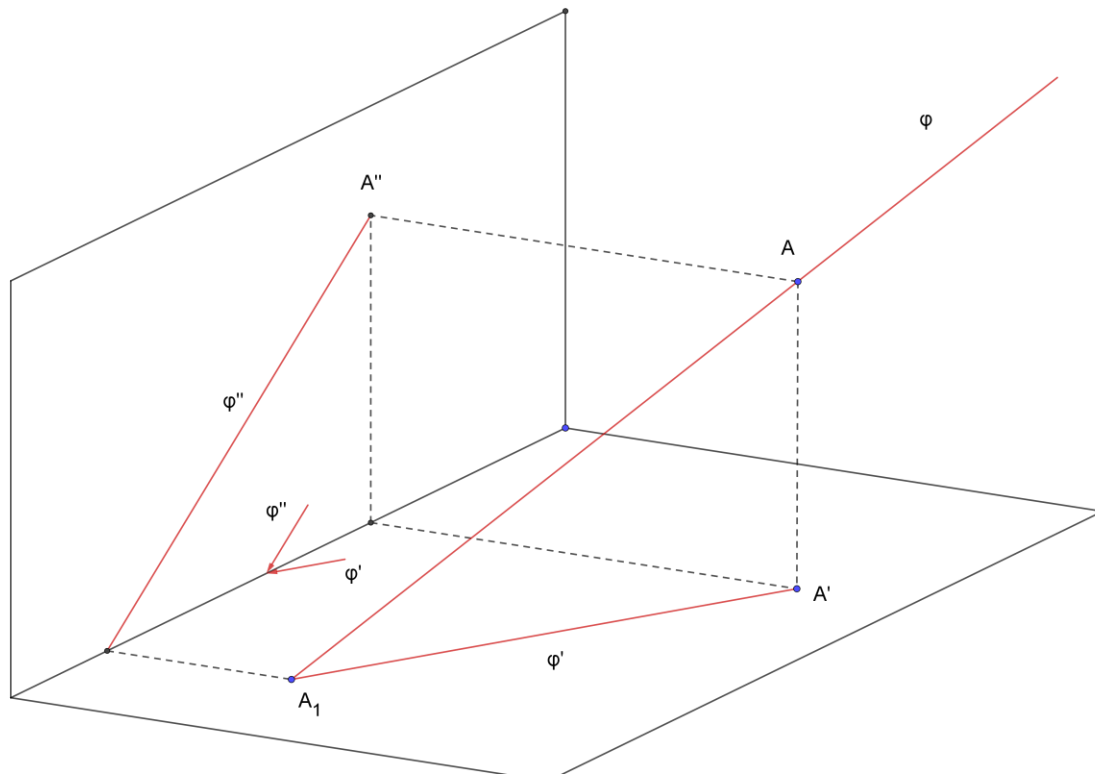


Σχήμα 2

## Σκιά σημείου

Πρώτη περίπτωση: σκιά σημείου στο  $E_1$

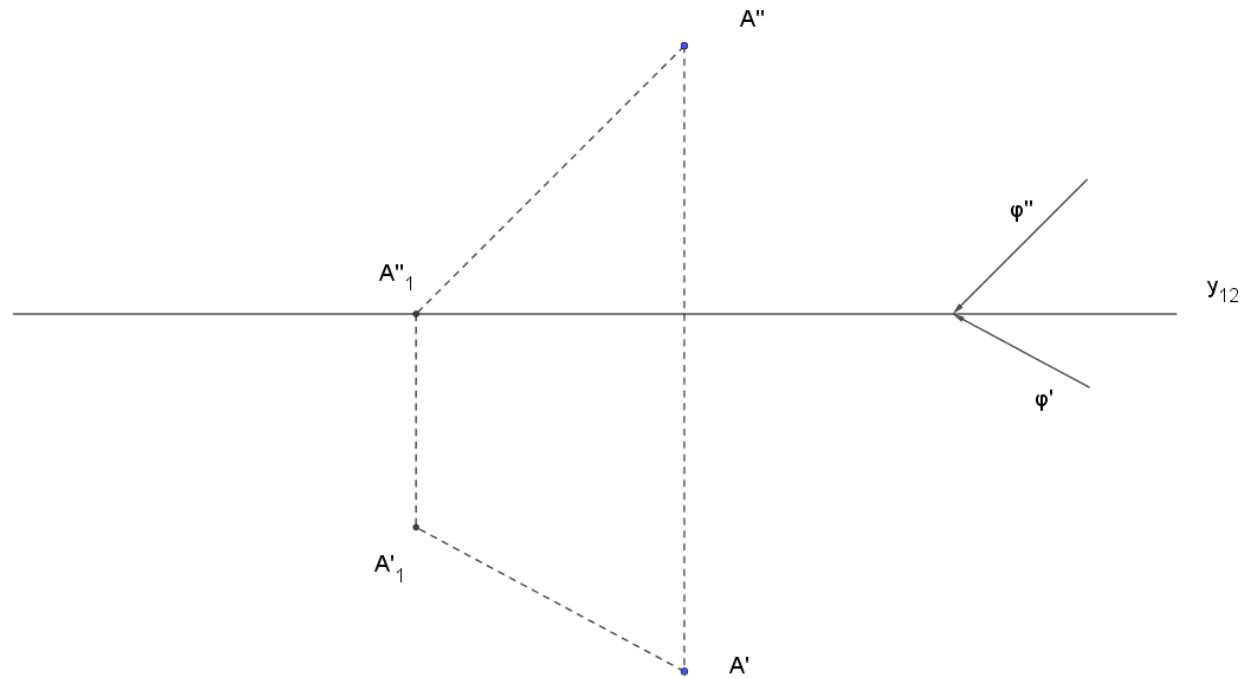
Δίνεται το σημείο  $A(A', A'')$  και η κατεύθυνση  $\varphi$



Σχήμα 2α

$\varphi$  διεύθυνση φωτισμού,  $\varphi$  φωτεινή ακτίνα,  $A$  τυχαίο σημείο,  $A_1$  σκιά του  $A$ , πρώτο ίχνος της  $\varphi$  από το  $A$

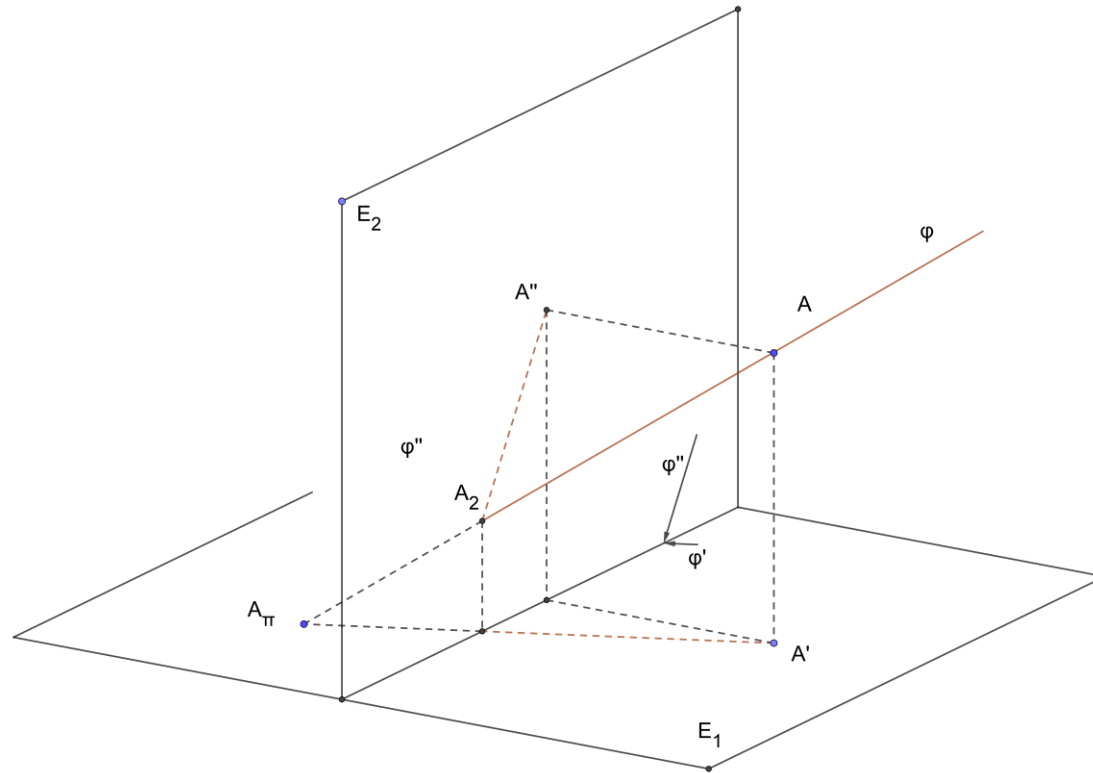
Στο χαρτί σχεδίασης



Σχήμα 3

Απο το  $A''$  φέρνουμε παράλληλη προς το  $\varphi''$  η οποία τέμνει τον άξονα στο  $A''_1$  και μετά κάθετο στον άξονα. Απο το  $A'$  φέρνουμε παράλληλη προς το  $\varphi'$  η οποία τέμνει την κάθετο στον άξονα στο σημείο  $A'_1 = A_1$ . Αυτό το σημείο είναι η σκιά του  $A$ .

Δεύτερη περίπτωση: σκιά σημείου πάνω στο  $E_2$

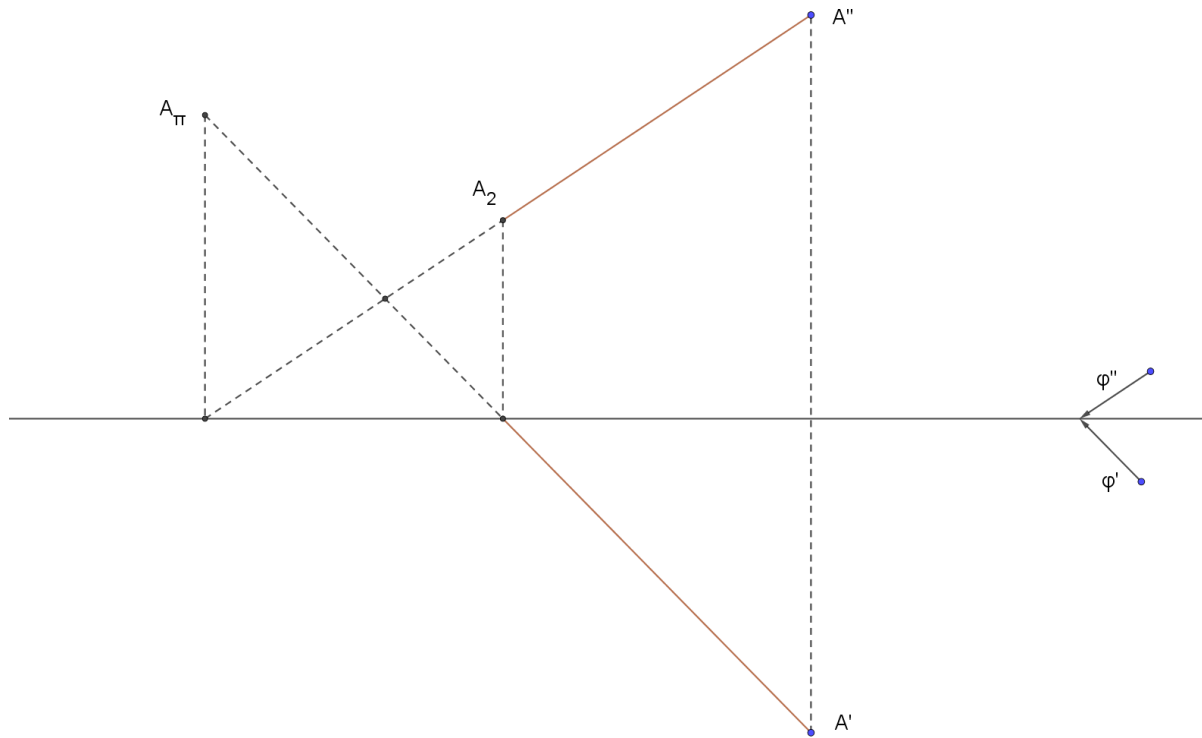


Σχήμα 4

$A_2$  δεύτερο ίχνος της  $\varphi$  από το  $A$ .

Η ευθεία από το  $A$  στην κατεύθυνση της  $\varphi$  τέμνει το  $E_2$  στο  $A_2$  και ακολούθως το  $E_1$  στο  $A_\pi$  (πλαστή σκιά του  $A$ ).

Στο χαρτί σχεδίασης

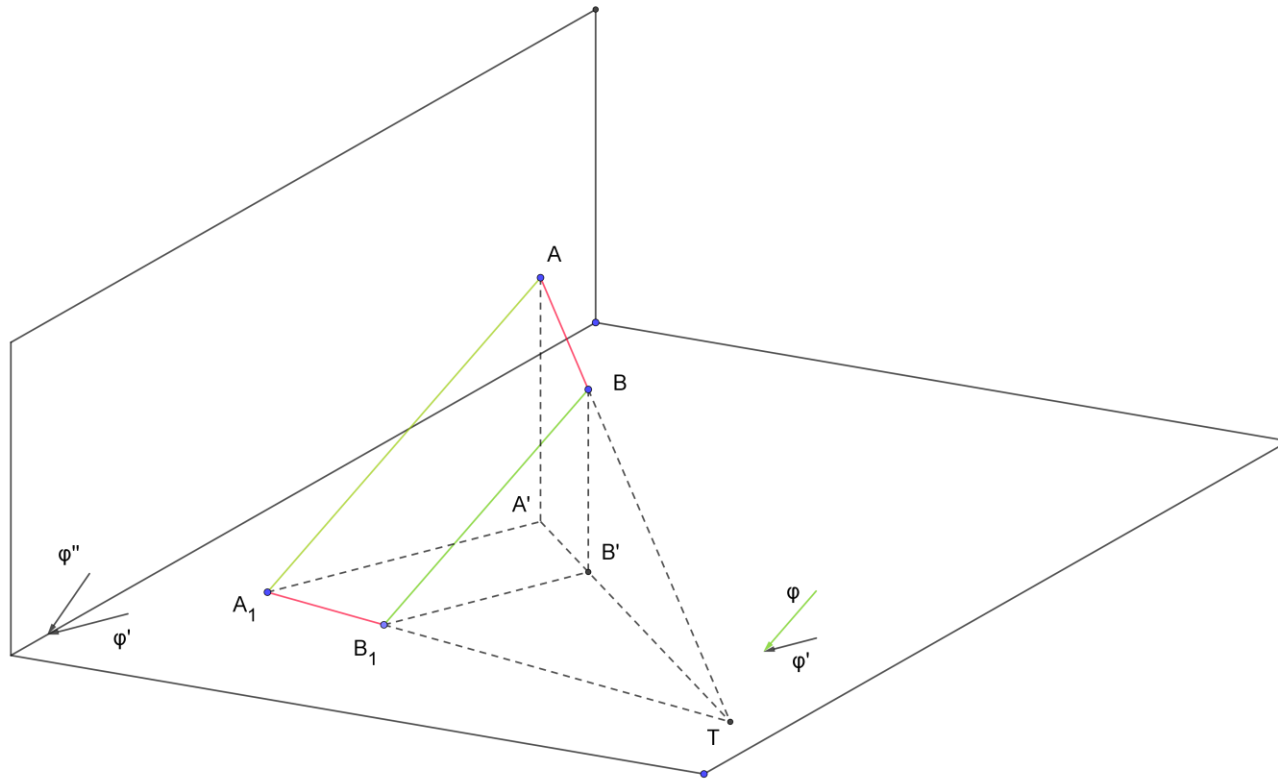


Σχήμα 5

Για να βρούμε το  $A_2$  φέρνουμε από το  $A'$  παράλληλη προς το  $\varphi'$ , στο σημείο τομής με τον άξονα φέρνουμε κάθετη σε αυτόν η οποία τέμνει την παράλληλη από το  $A''$  προς το  $\varphi''$  στο  $A_2$ .

Σκιά ευθύγραμμου τμήματος

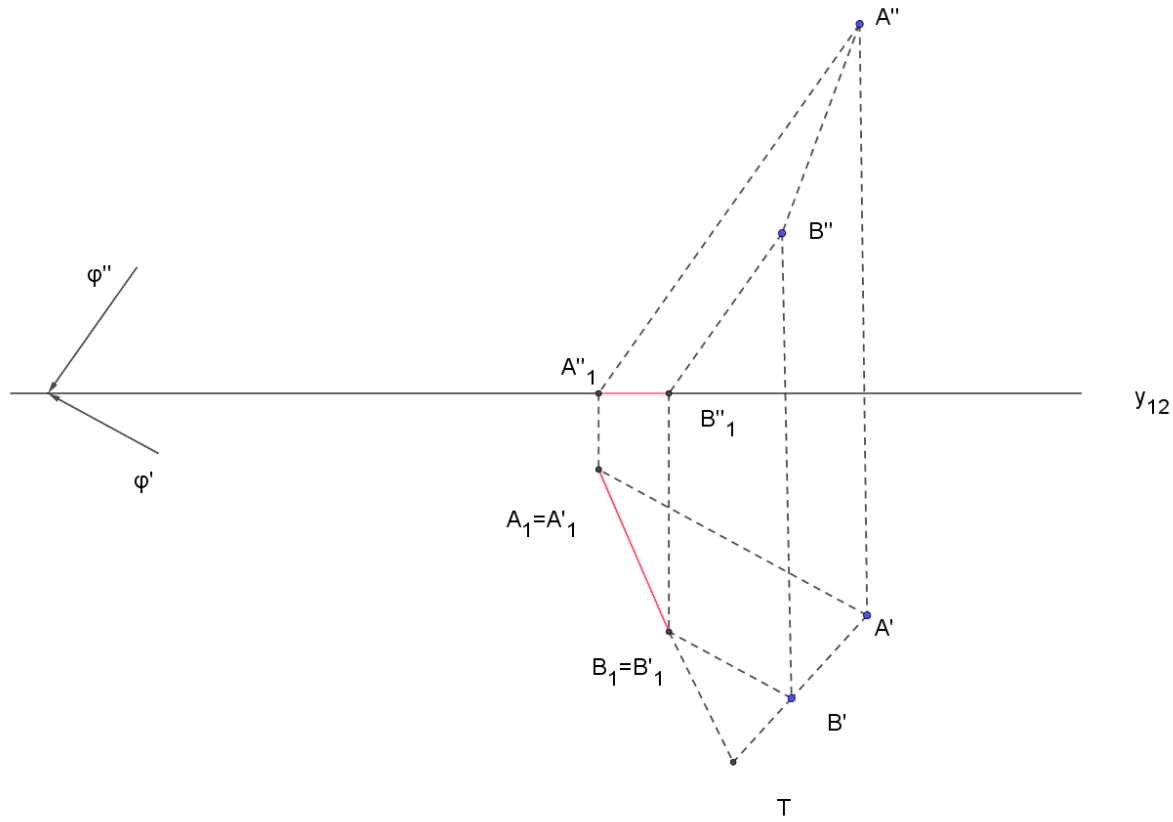
Πρώτη περίπτωση: η σκιά βρίσκεται μόνο στο  $E_1$  ή μόνο στο  $E_2$



Σχήμα 6

$AB$  ευθύγραμμο τμήμα,  $A_1B_1$  σκιά του  $AB$

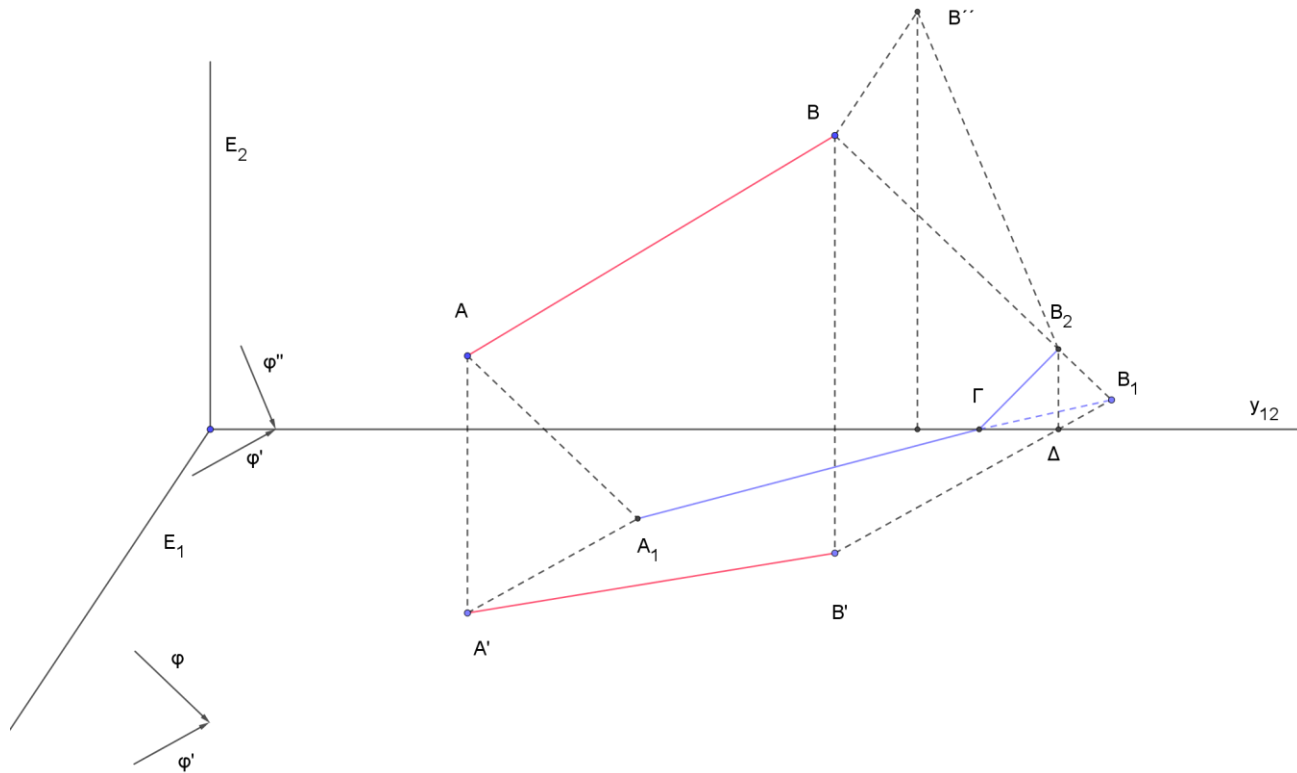
Στο χαρτί σχεδίασης



Σχήμα 7

Εφαρμόζουμε δύο φορές την μέθοδο του σχήματος 3.

Δεύτερη περίπτωση: η σκιά βρίσκεται στα  $E_1, E_2$



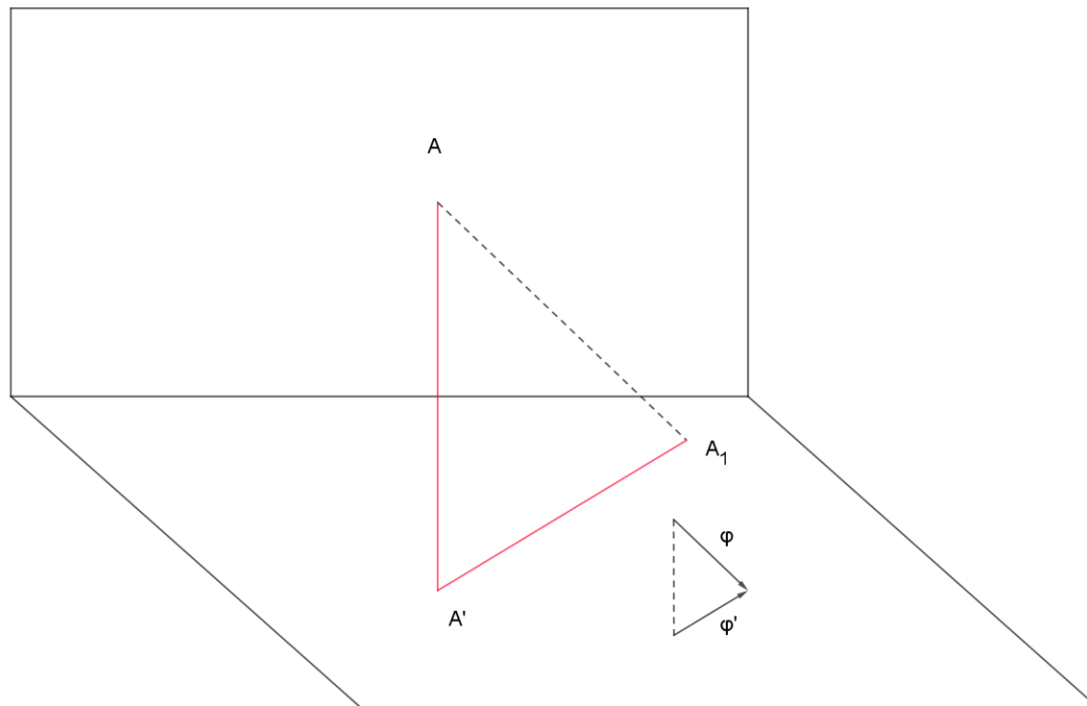
Σχήμα 8

Σχεδιάζουμε την σκιά  $A_1$  του  $A$  και την πλαστή σκιά  $B_1$  του  $B$ . Η τομή της  $A_1B_1$  με τον άξονα  $y_{12}$  είναι το σημείο  $\Gamma$ . Η σκιά του  $AB$  είναι η τεθλασμένη γραμμή  $A_1\Gamma B_2$ .



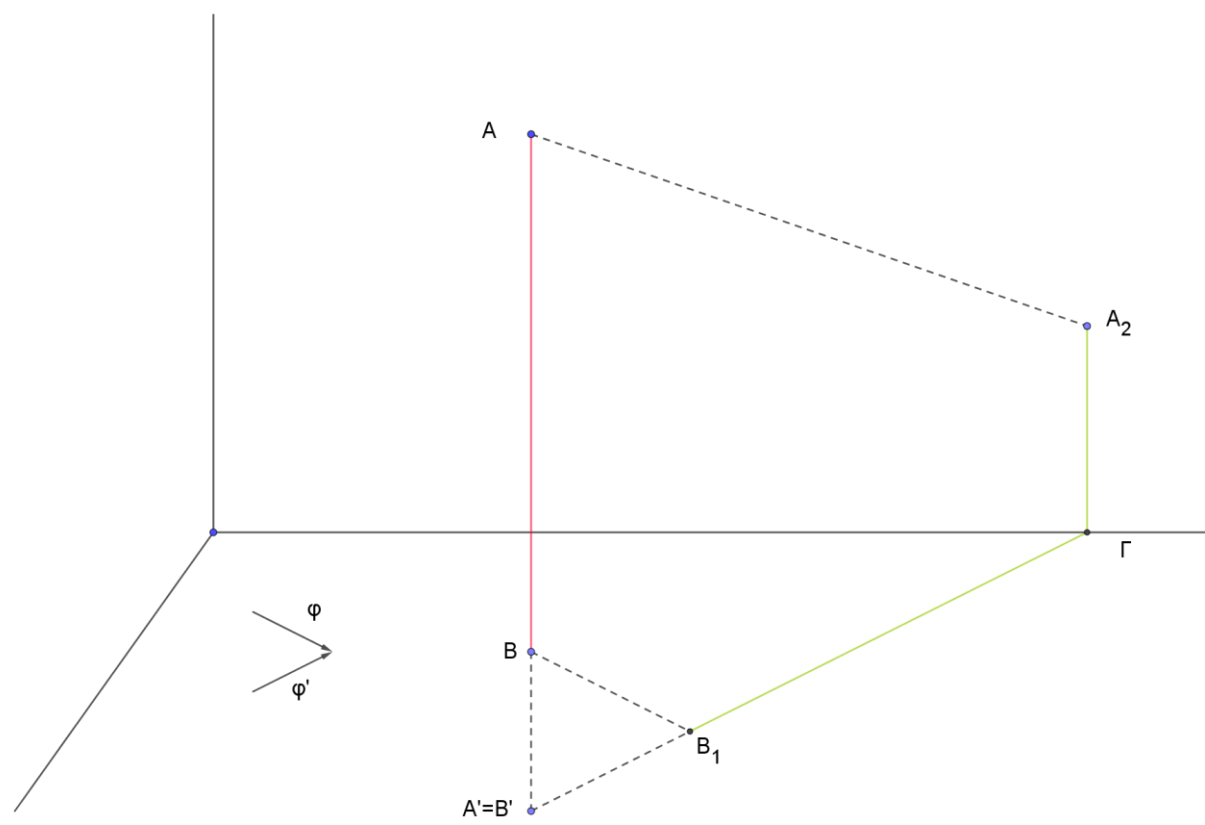
Σκιά ευθύγραμμου τμήματος κάθετου στο  $E_1$

Πρώτη περίπτωση: η σκιά βρίσκεται μόνο στο  $E_1$  ή μόνο στο  $E_2$



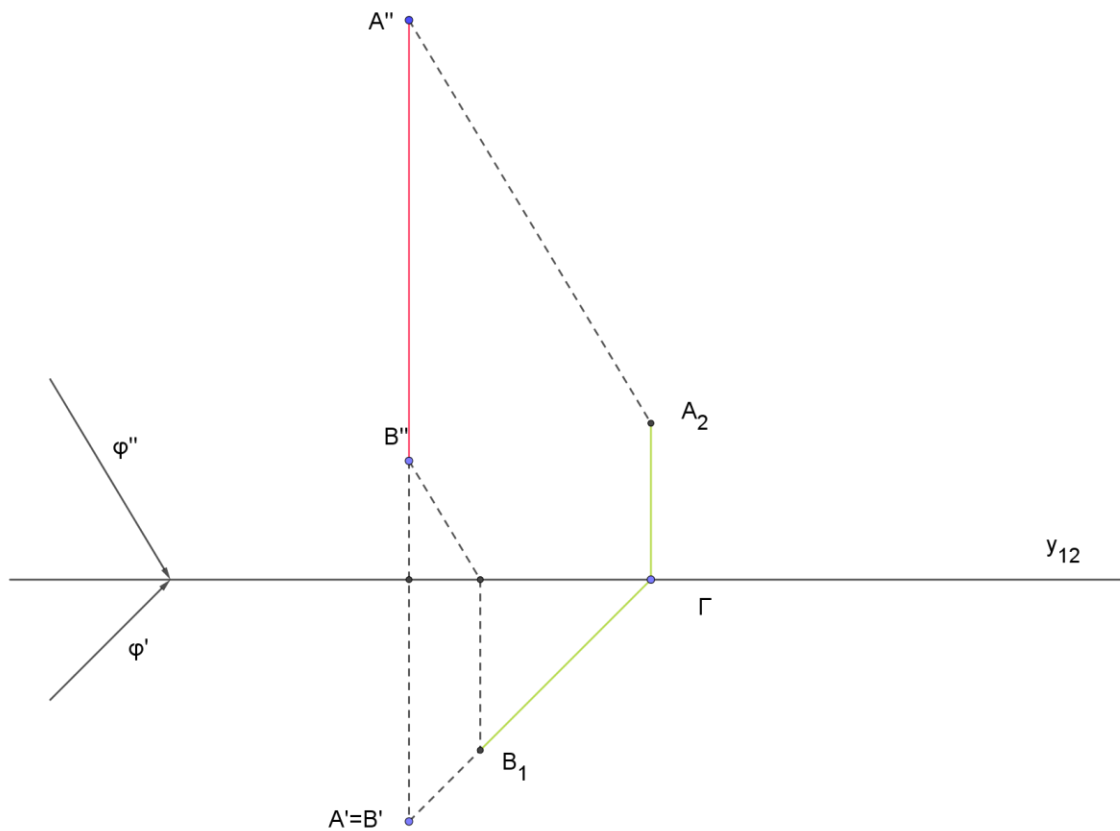
Σχήμα 10

Δεύτερη περίπτωση: η σκιά βρίσκεται στα  $E_1, E_2$



Σχήμα 11

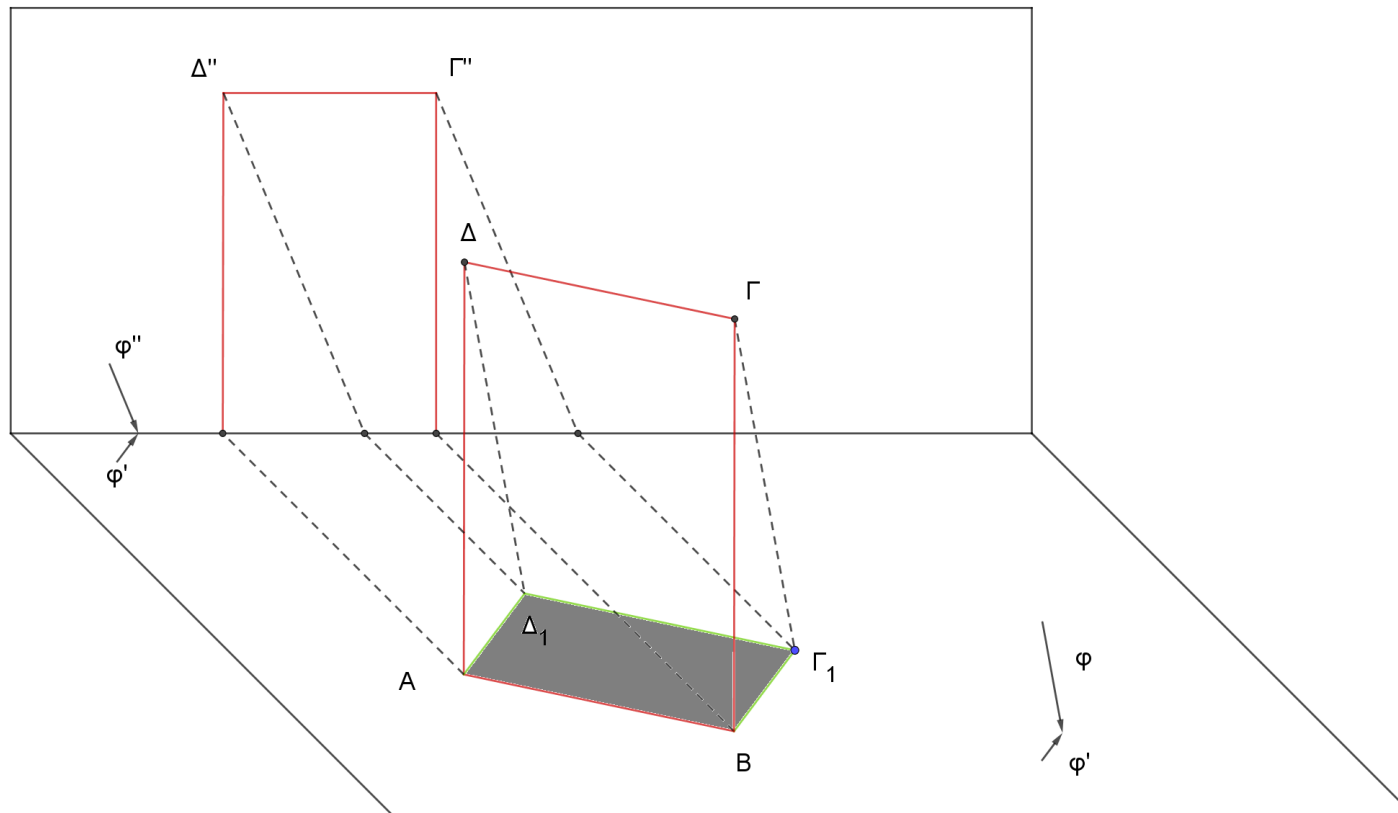
Στο χαρτί σχεδίασης



Σχήμα 12

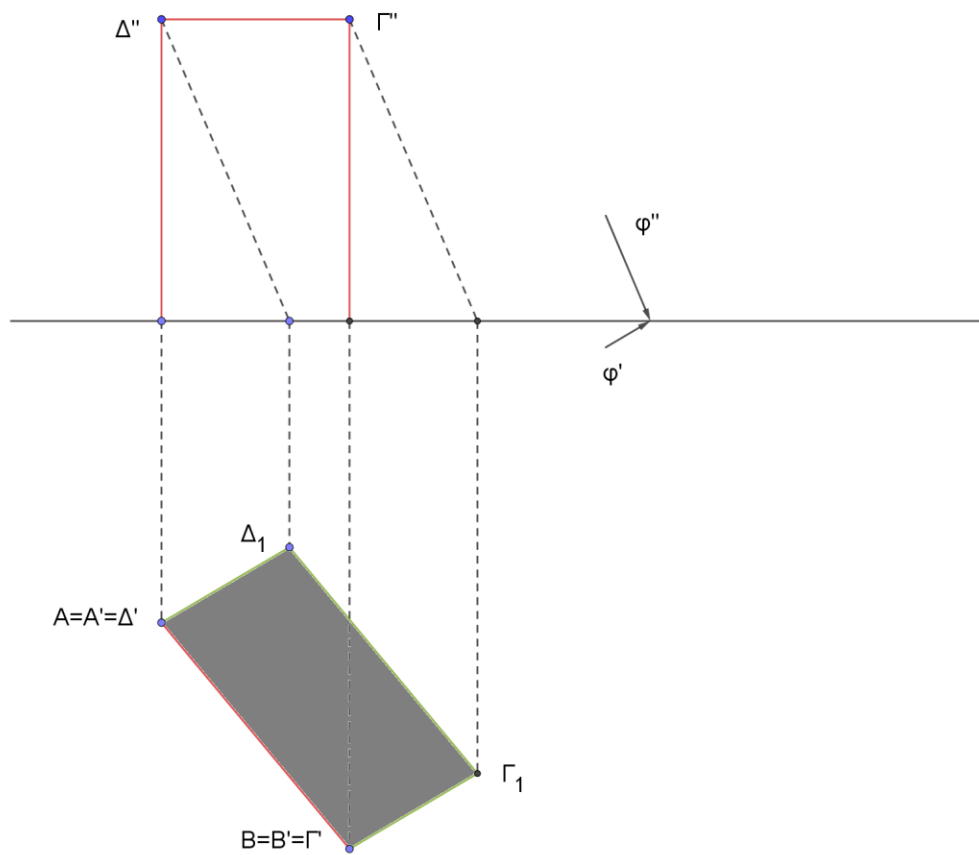
Σκιά κατακόρυφου ορθογωνίου

Θεωρούμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$ . Η σκιά του είναι το παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma_1\Delta_1$ .



Σχήμα 13

Σκιά κατακόρυφου ορθογωνίου στο χαρτί σχεδίασης



Σχήμα 14

### Κανόνες προσδιορισμού αυτοσκιάς και ερριμμένης σκιάς

Ένα πολύεδρο, που θεωρούμε αδιαφανές, φωτίζεται από ακτίνες παράλληλες προς το  $\phi$ . Οι έδρες του είναι φωτεινές ή σκιασμένες. Οι σκιασμένες έδρες ορίζουν την αυτοσκιά του πολυέδρου.

Αν μια έδρα του πολυέδρου είναι παράλληλη στις φωτεινές ακτίνες τότε θεωρείται σκοτεινή.

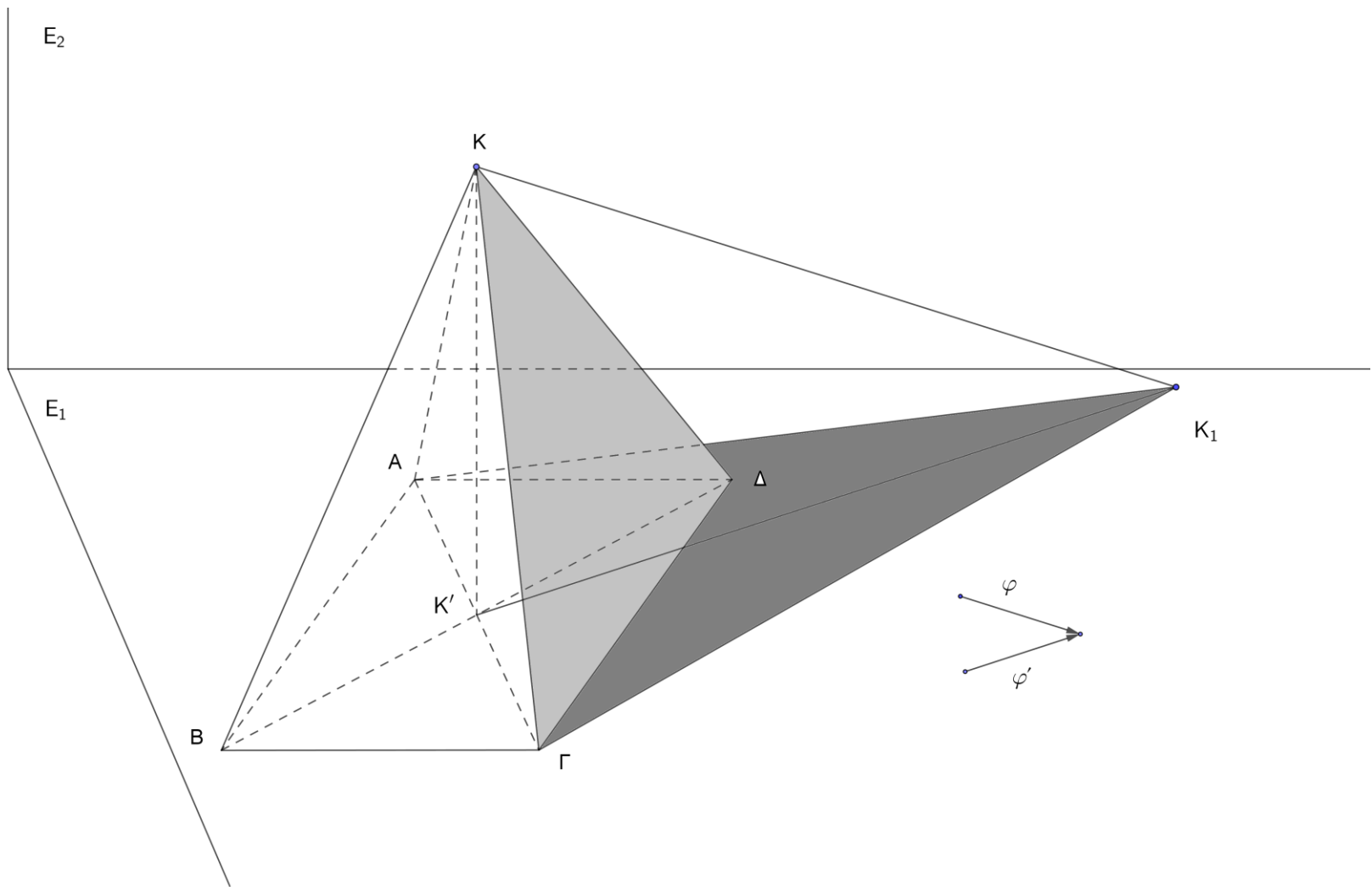
Οι ακμές του πολυέδρου είναι φωτεινές, σκιασμένες ή βρίσκονται μεταξύ μιας σκιασμένης και μιας φωτεινής έδρας. Οι τελευταίες αποτελούν το περίγραμμα της αυτοσκιάς του. Η τομή των ακτίνων που διέρχονται από το περίγραμμα της αυτοσκιάς με ένα επίπεδο δημιουργούν την ερριμμένη σκιά του πολυέδρου πάνω σε αυτό το επίπεδο.

Η ακμή που βρίσκεται μεταξύ δύο σκοτεινών εδρών είναι σκοτεινή και βρίσκεται στην αυτοσκιά του πολυέδρου η δε ερριμμένη σκιά της βρίσκεται στη σκιά του πολυέδρου.

Η ακμή που βρίσκεται μεταξύ δύο φωτεινών εδρών θεωρείται φωτεινή.

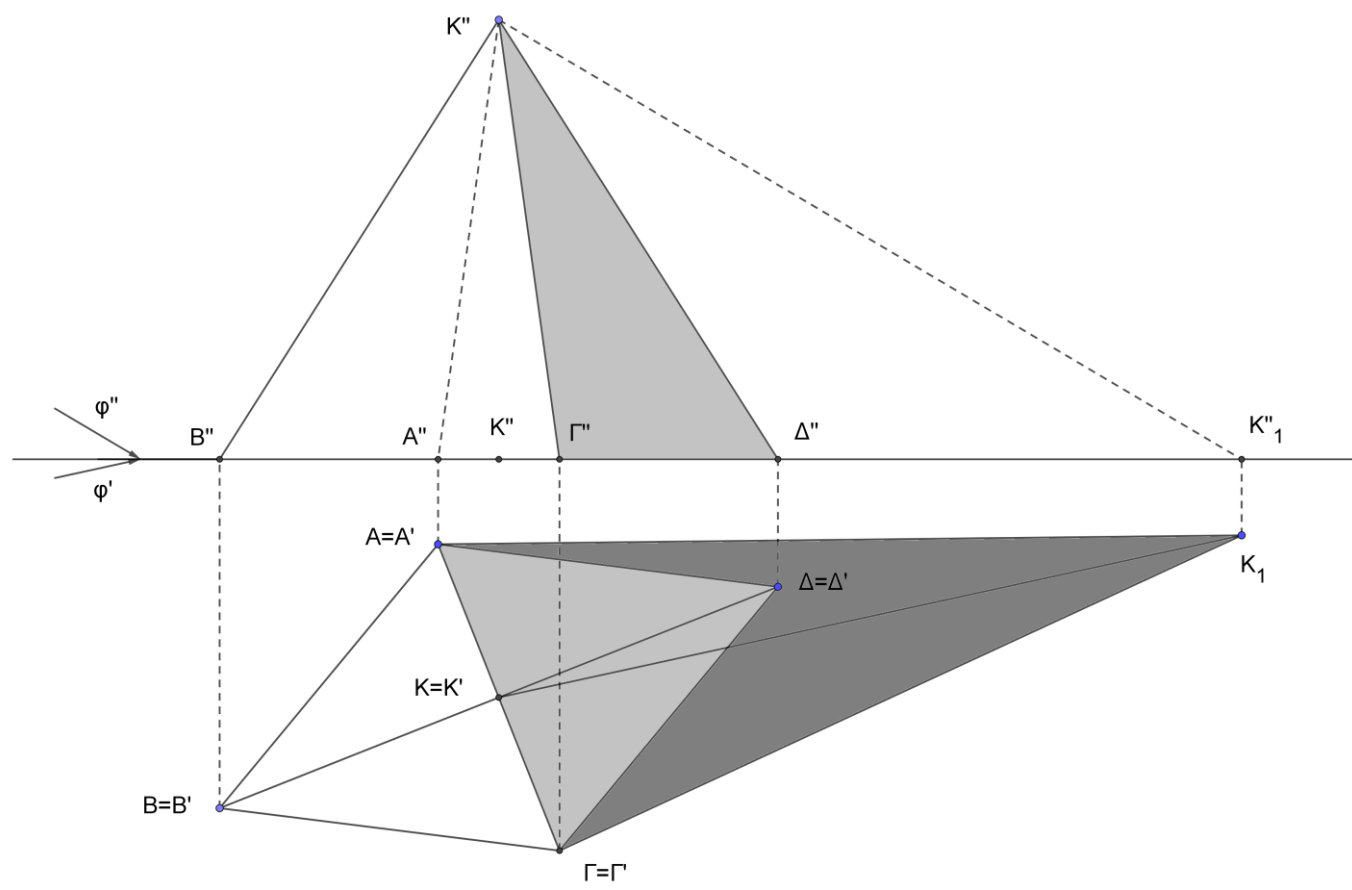
Οι πλευρές που καθορίζουν την ερριμμένη σκιά του πολυέδρου προέρχονται από τις ακμές που καθορίζουν την αυτοσκιά του.

Σκιά πυραμίδας



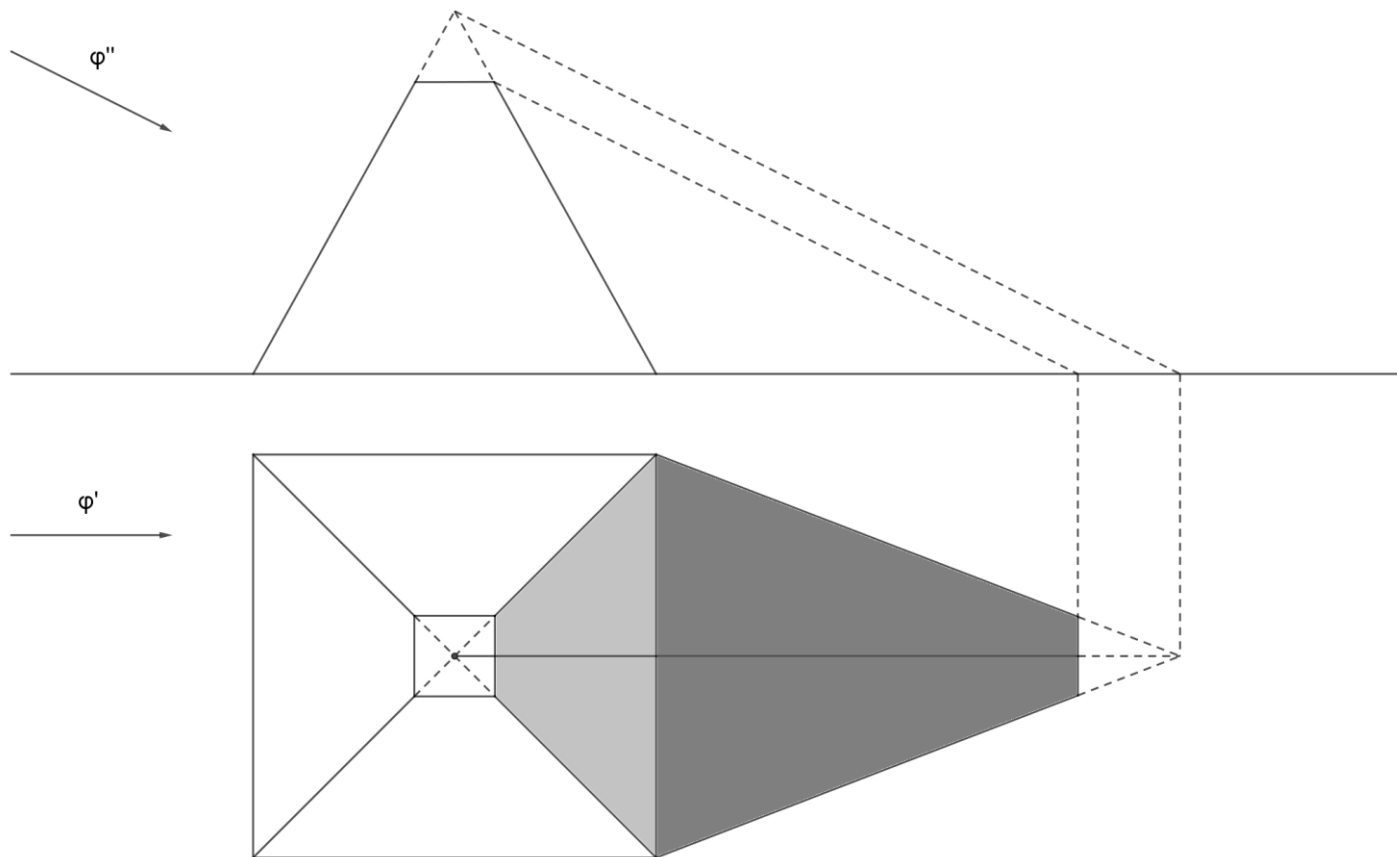
Σχήμα 15

Σκιά πυραμίδας στο χαρτί



Σχήμα 16

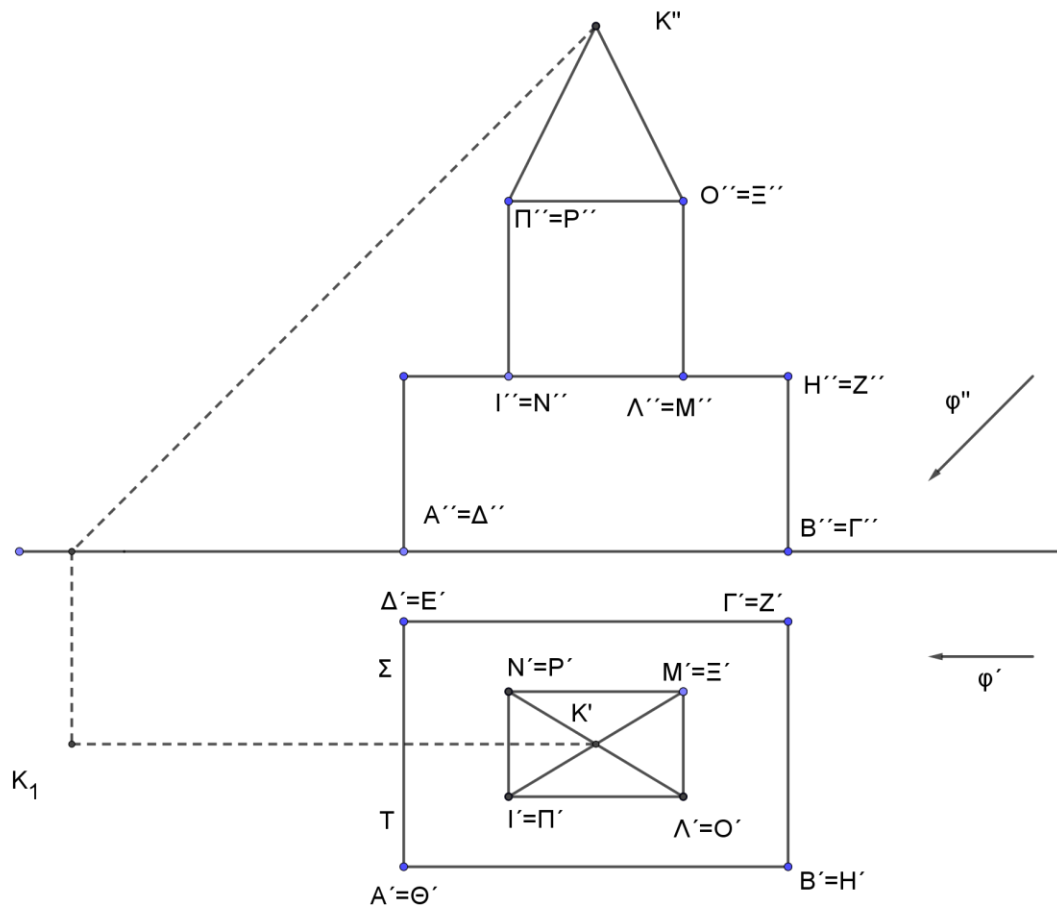
Σκιά κόλουρης πυραμίδας στο χαρτί



Σχήμα 17

Άσκηση

Να σχεδιάσετε την ερριμμένη σκιά και την αυτοσκιά στο παρακάτω κτήριο. Το  $\phi'$  είναι παράλληλο στον άξονα  $y_{12}$  και το  $\phi''$  σχηματίζει με αυτόν γωνία 45 μοιρών.

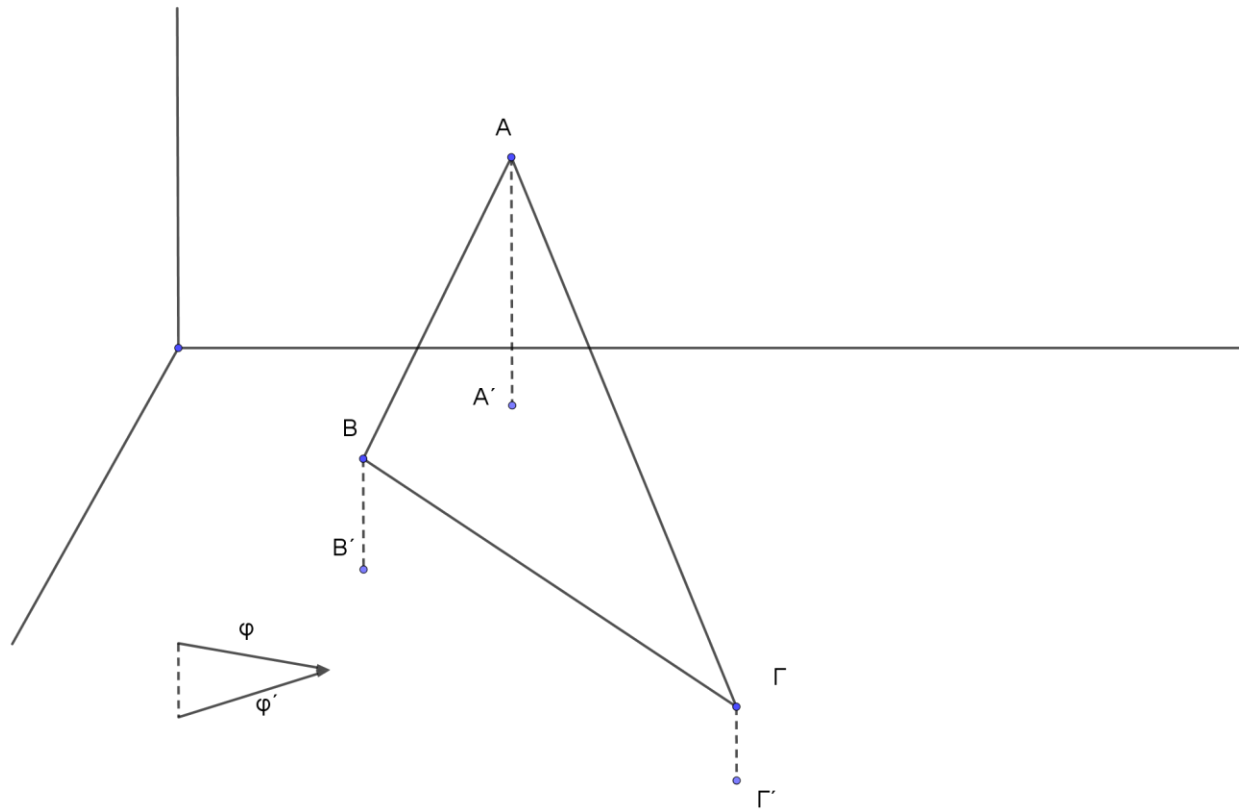


Σχήμα 18



Άσκηση

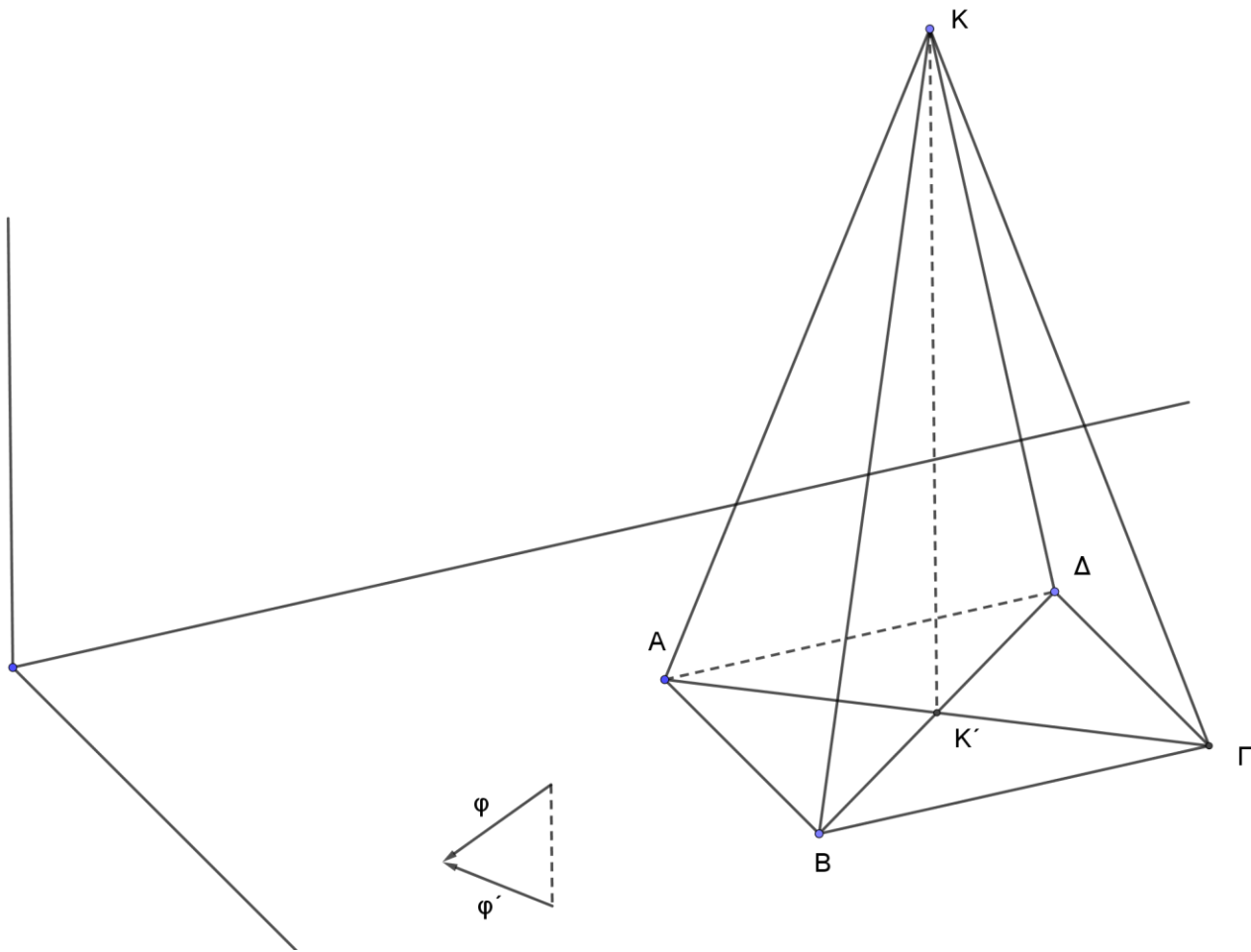
Να σχεδιάσετε την ερριμμένη σκιά του παρακάτω τριγώνου (η σκιά του σημείου  $A$  βρίσκεται στο  $E_2$  και οι σκιές των  $B, \Gamma$  στο  $E_1$ ).



Σχήμα 20

### Άσκηση

Να σχεδιάσετε την ερριμμένη σκιά της παρακάτω πυραμίδας, υποθέτουμε ότι οι ακμές της βάσης της είναι παράλληλες στους άξονες και η σκιά του σημείου  $K$  βρίσκεται στο  $E_2$ .

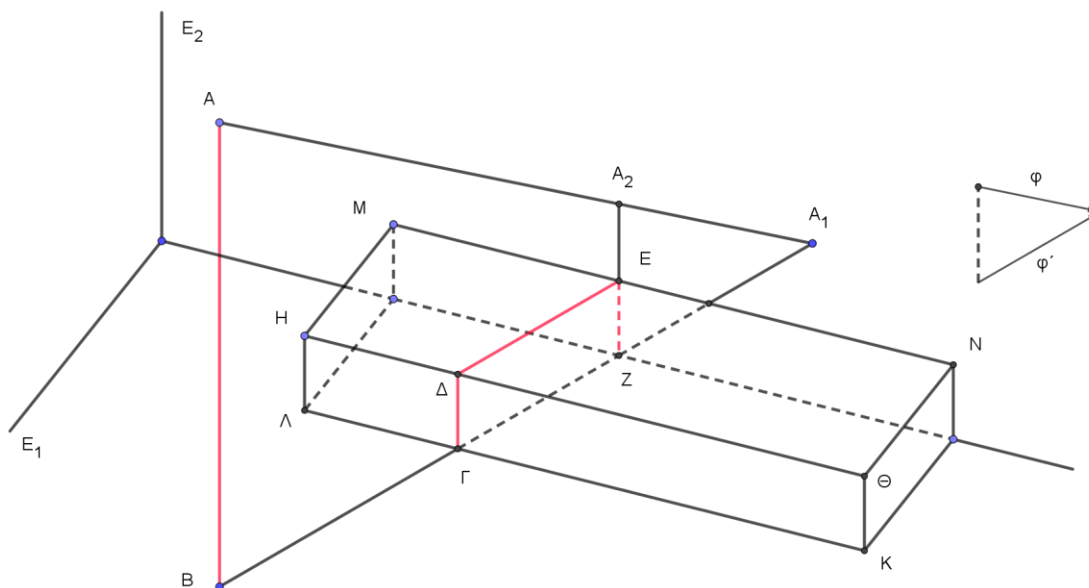


Σχήμα 21α



### Σκιά ευθύγραμμου τμήματος πάνω σε μια σκάλα

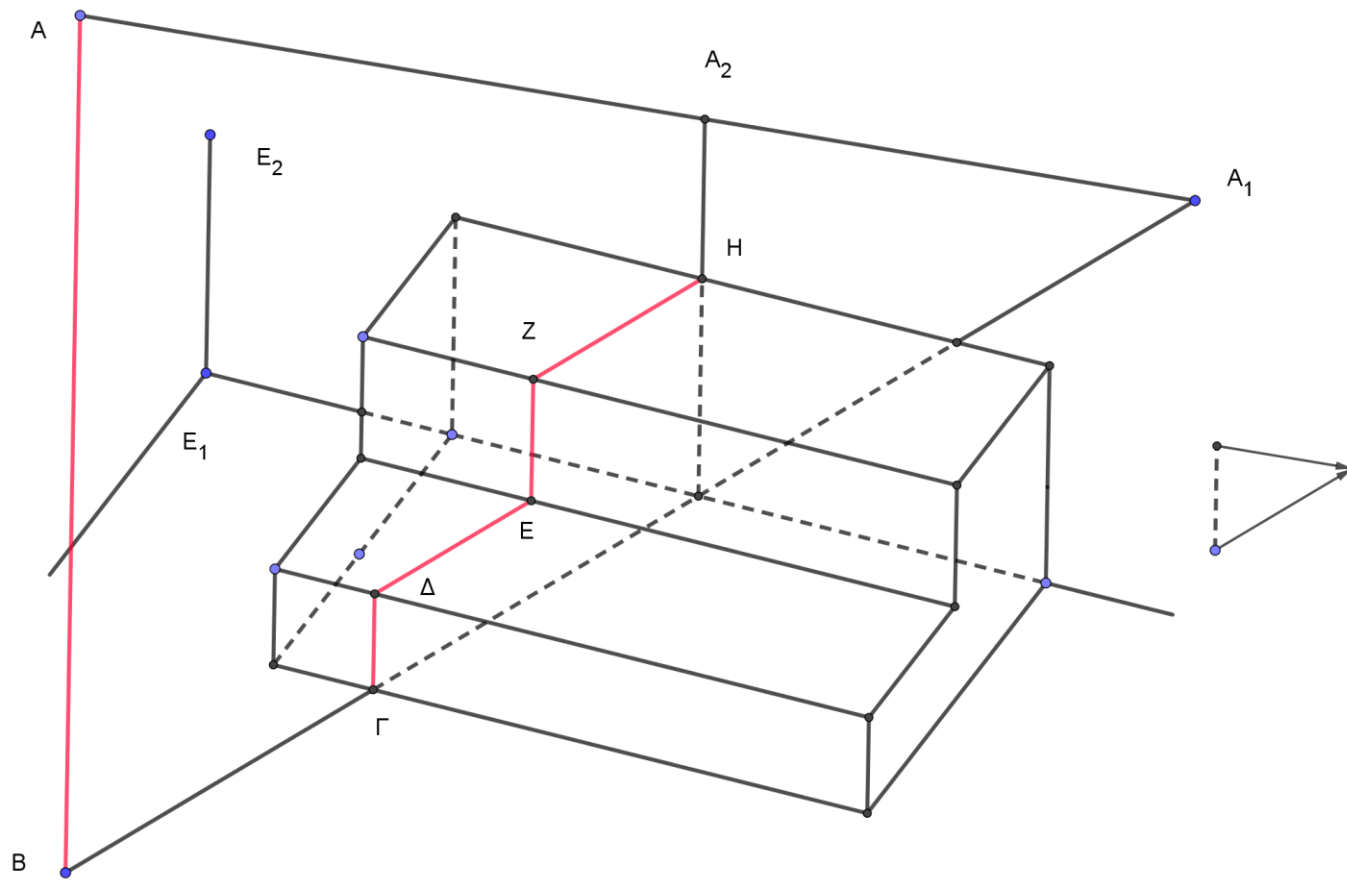
Υποθέτουμε ότι η  $AB$  είναι κάθετη στο  $E_1$ .



Σχήμα 22

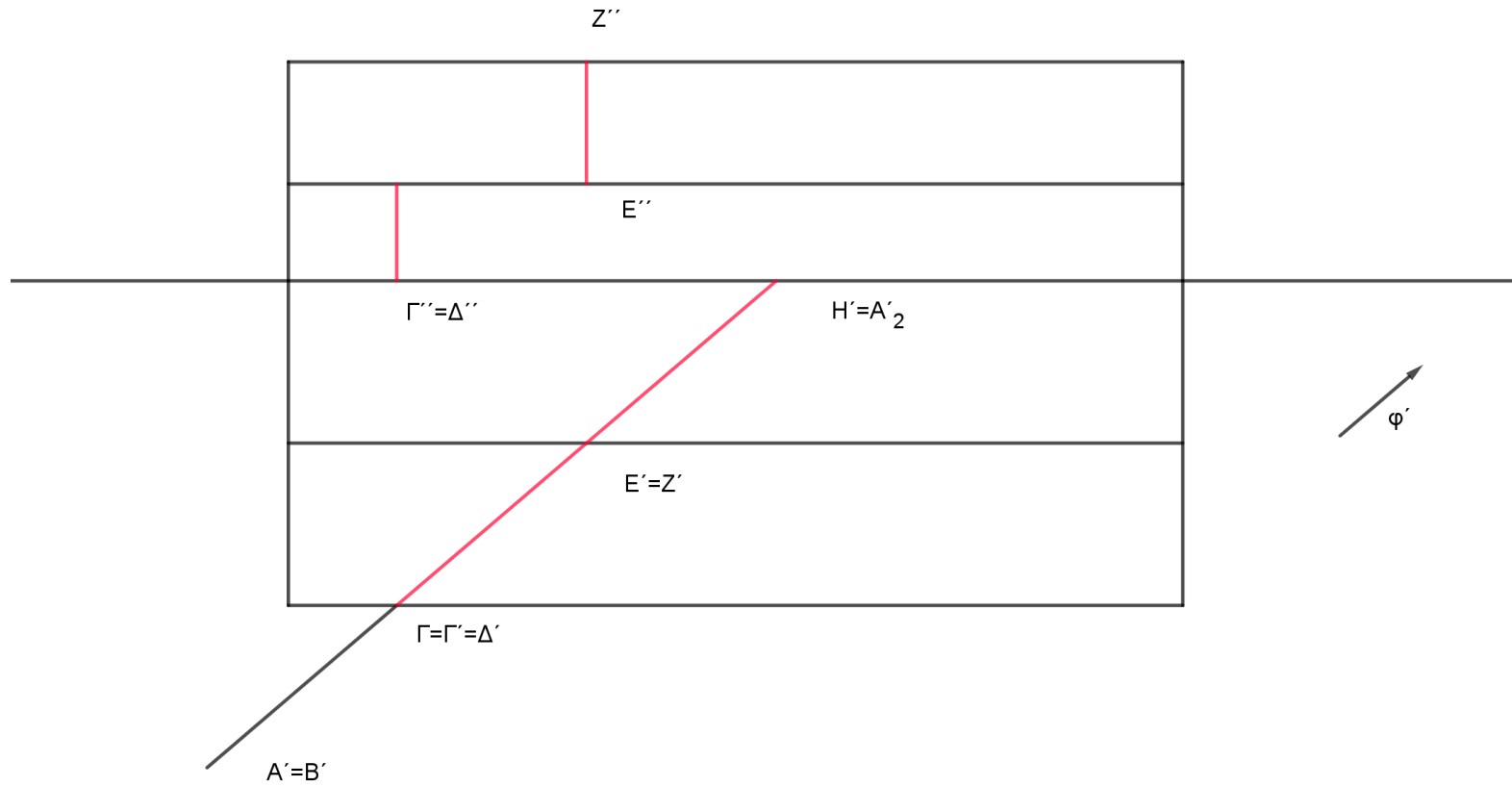
Βρίσκουμε την πλαστή σκιά  $A_1$  του  $A$  όπως στο σχήμα 4 και την σκιά  $A_2$  του  $A$  ( $AA_1 \parallel \phi$ ,  $BA_1 \parallel \phi'$ ). Η  $BA_1$  τέμνει την  $\Lambda K$  στο  $\Gamma$ . Η σκιά του  $AB$  που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο που περιέχει τα  $\Lambda, K, \Theta, H$  είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στο  $E_1$ . Φέρνουμε μια ευθεία από το  $\Gamma$  κάθετη στο  $E_1$  η οποία τέμνει το  $H\Theta$  στο  $\Delta$ . Η σκιά της  $AB$  πάνω στο σκαλοπάτι  $H\Theta N M$  είναι μιά ευθεία που διέρχεται από το  $\Delta$  και είναι παράλληλη στο  $\phi$ . Η τομή αυτής της ευθείας με την  $MN$  είναι το σημείο  $E$ . Η σκιά του  $AB$  πάνω στο σκαλοπάτι είναι η τεθλασμένη  $\Gamma\Delta E$ .

Τώρα έχουμε δύο σκαλοπάτια και θέλουμε να σχεδιάσουμε τη σκιά του AB πάνω σε αυτά. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία του προηγούμενου σχήματος.



Σχήμα 23

Στο χαρτί σχεδίασης:



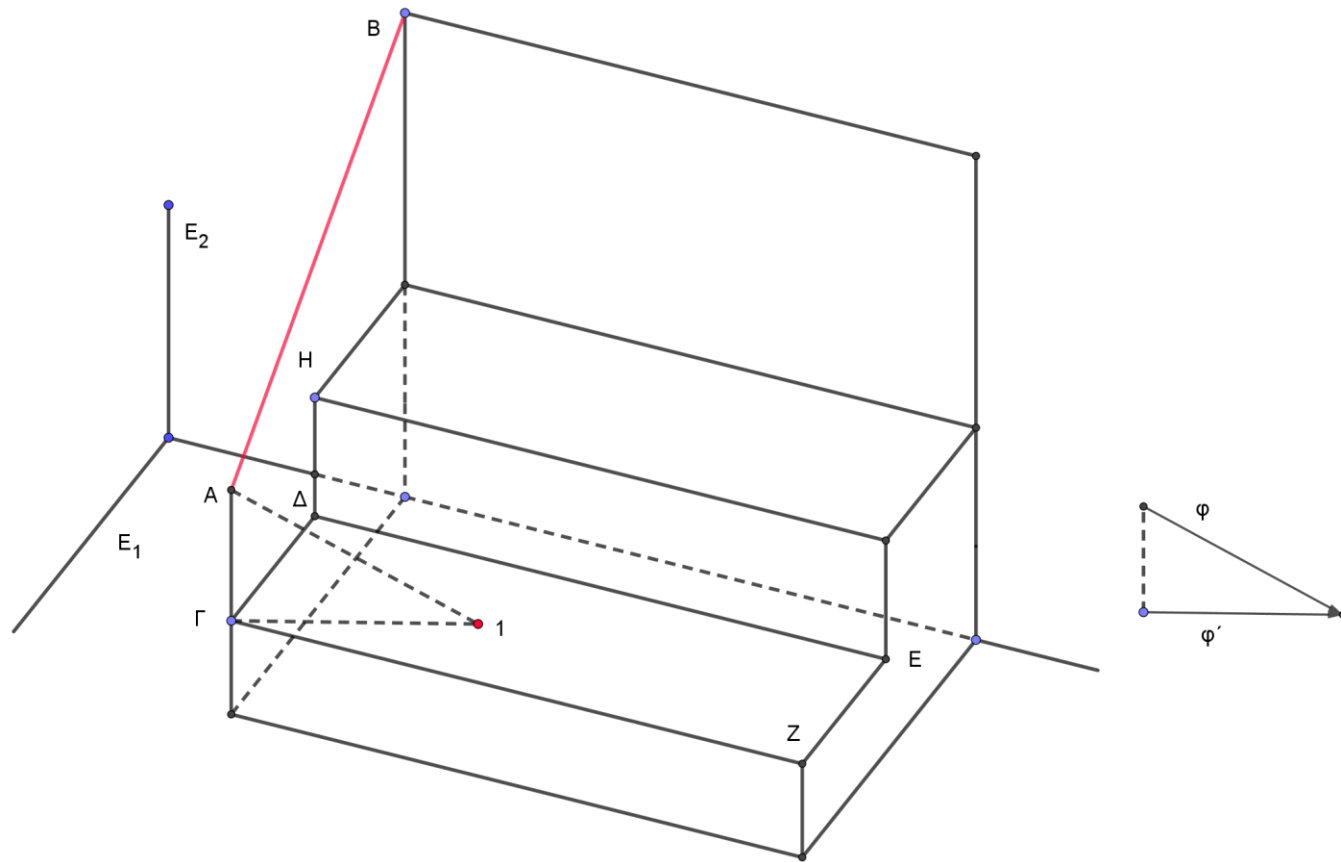
Σχήμα 24



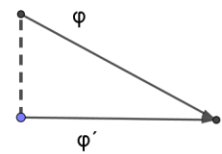
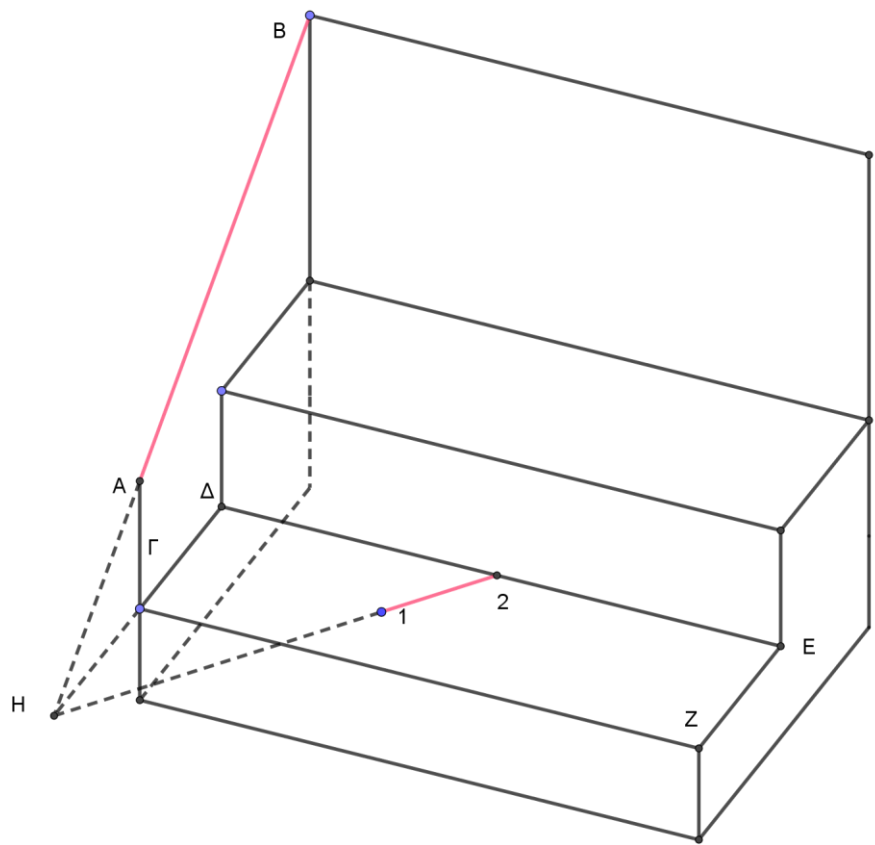


ΑΒ πλάγια

Βρίσκουμε την σκιά 1 του Α πάνω στο πρώτο πάτημα.



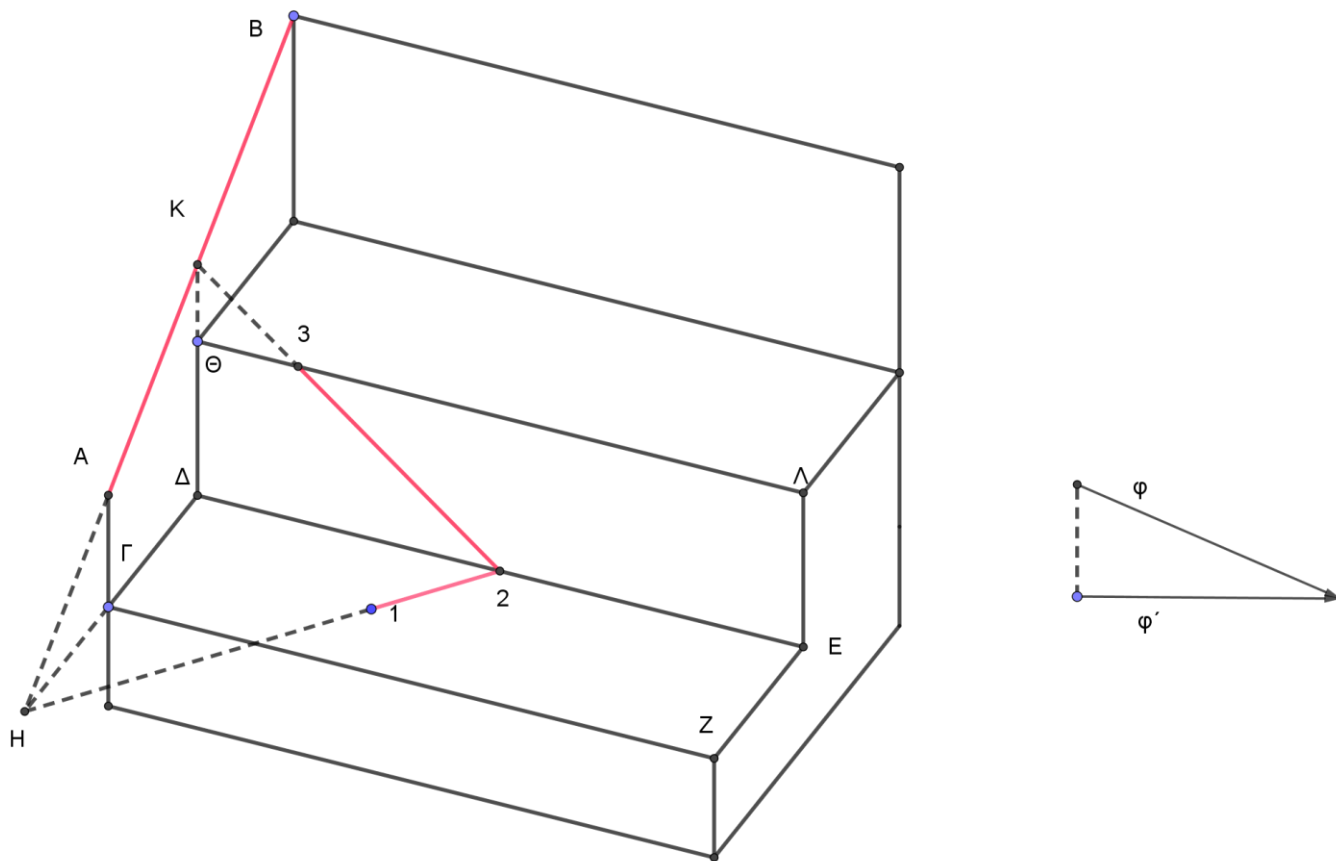
Σχήμα 27



Σχήμα 28

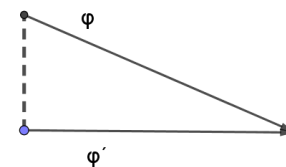
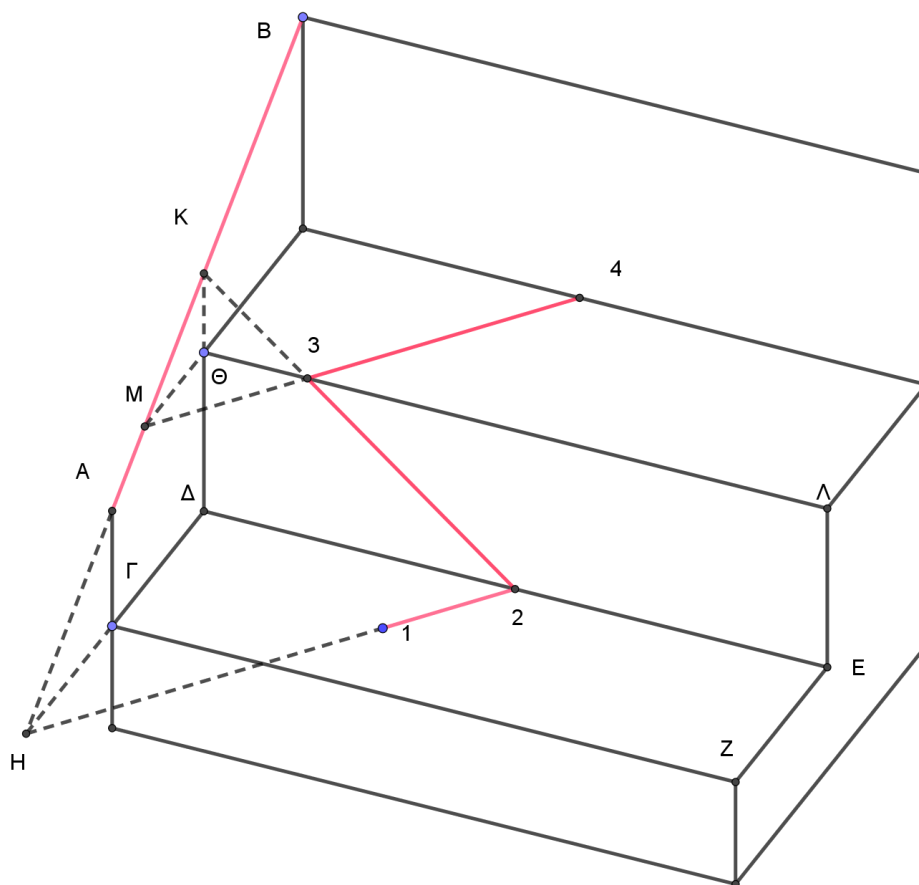
Οι προεκτάσεις των  $AB$  και  $\Delta\Gamma$  τέμνονται στο  $H$ . Το επίπεδο που διέρχεται από τα σημεία  $\Delta, \Gamma, Ζ, Ε$  (πάτημα) περιέχει επίσης το  $H$ . Η σκιά του  $H$  πάνω σε αυτό το επίπεδο είναι το  $H$ . Η σκιά του  $A$  είναι το  $1$ . Άρα η σκιά του  $HB$  πάνω σε αυτό το πάτημα διέρχεται από τα σημεία  $H$  και  $1$ . Έτσι εντοπίζουμε το σημείο  $2$  που είναι η τομή της  $DE$  με την ευθεία που διέρχεται από τα  $H, 1$ .

Η προέκταση της  $\Delta\Theta$  τέμνει την  $AB$  στο  $K$ . Το επίπεδο που διέρχεται από τα  $\Delta, \Theta, E, \Lambda$  (ρίχτι) περιέχει επίσης το  $K$ . Η σκιά του  $K$  πάνω σε αυτό το επίπεδο είναι το  $K'$ . Άρα η σκιά του  $AB$  πάνω στο ρίχτι διέρχεται από τα  $K, 2$ . Το ευθύγραμμο τμήμα  $K2$  τέμνει την  $\Theta\Lambda$  στο  $3$ .



Σχήμα 29

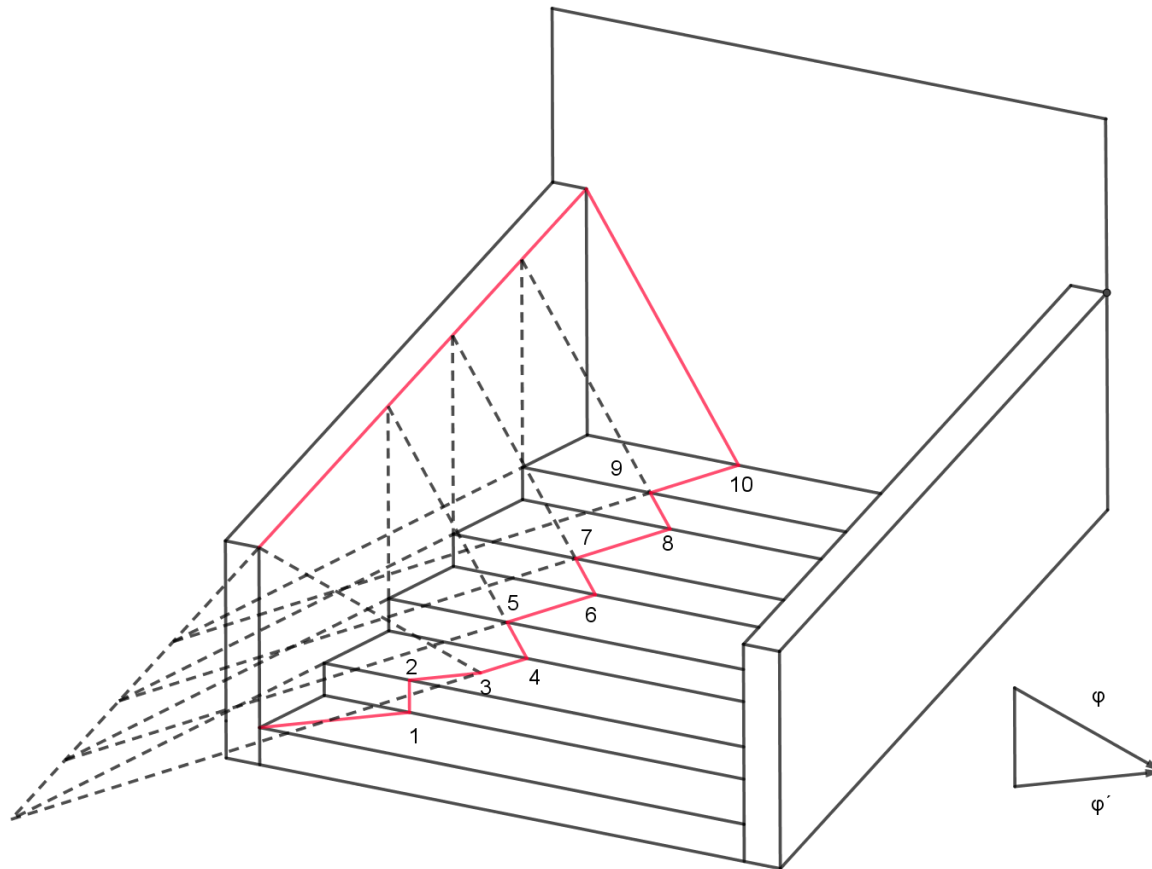
Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία του σχήματος 28 για να βρούμε το σημείο 4.



Σχήμα 30

## Σκιά σκάλας

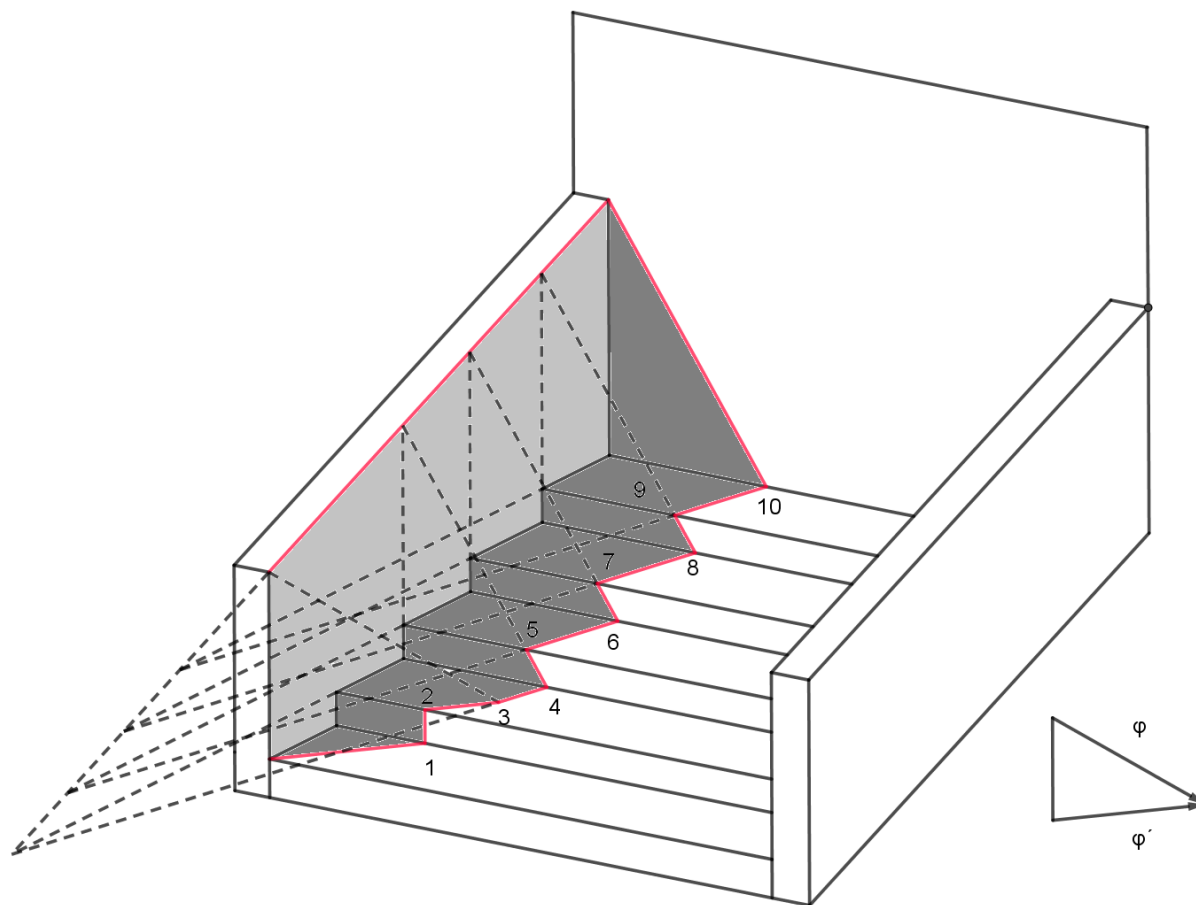
Συνεχίζοντας όπως στα προηγούμενα σχήματα καταλήγουμε στην σκιά του ευθύγραμμου τμήματος πάνω στην σκάλα.



Σχήμα 31

Παρατηρούμε ότι τα 34, 56, 78, 910 είναι παράλληλα καθώς επίσης και τα 45, 67, 89.

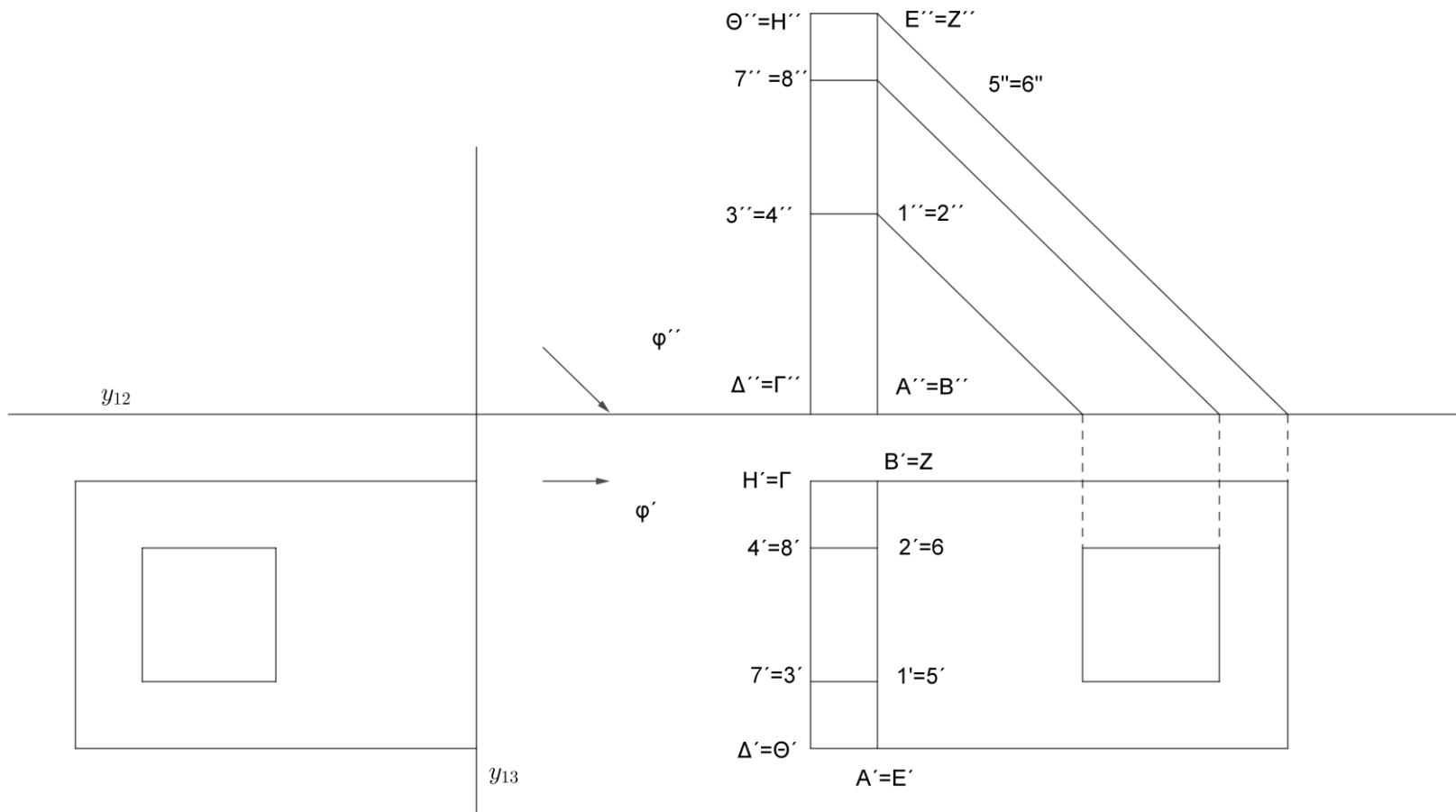
Η ερριμμένη σκιά και η αυτοσκιά της σκάλας δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



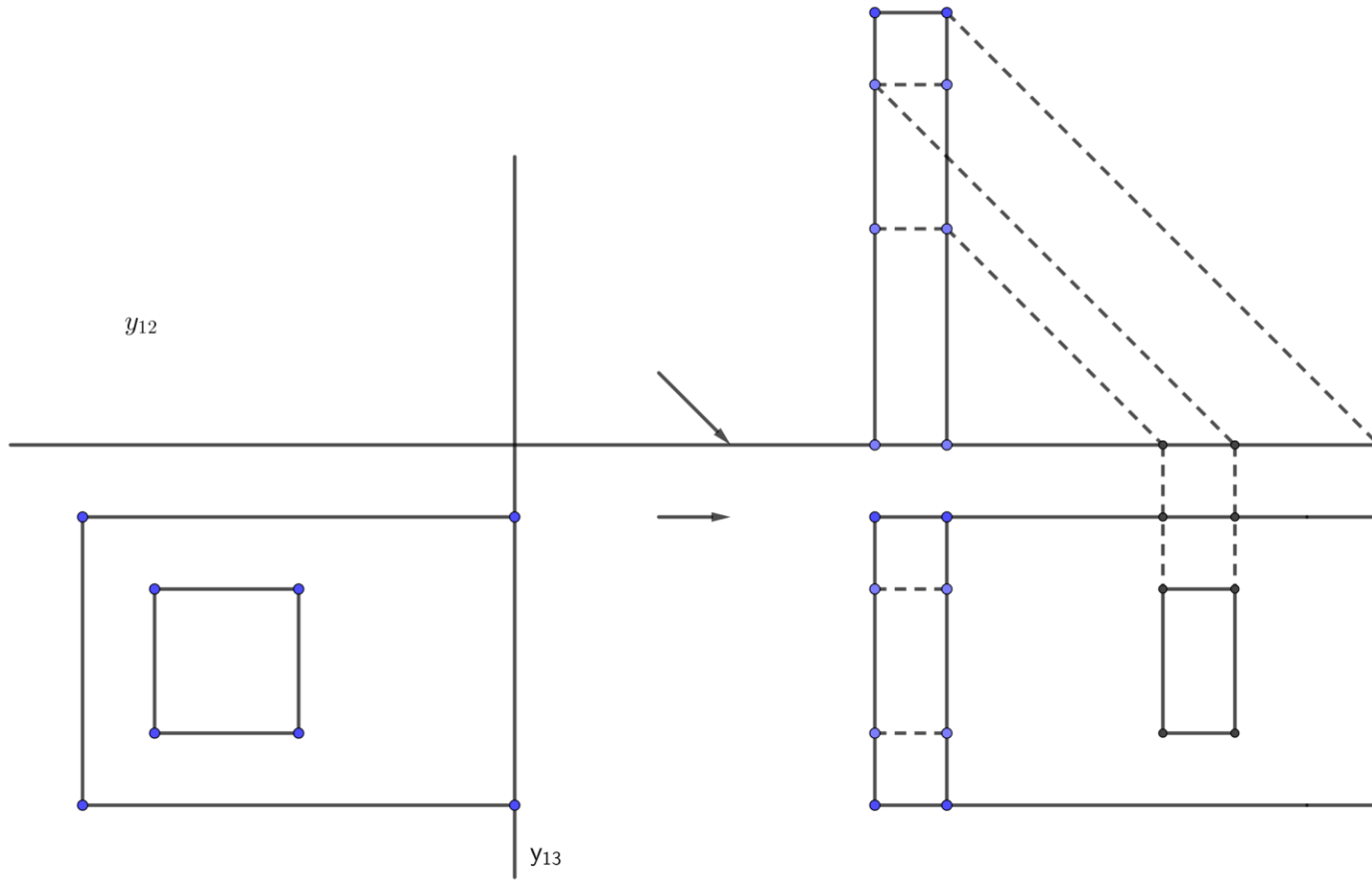
Σχήμα 32

Άσκηση: Να σχεδιάσετε την σκιά της σκάλας στο χαρτί σχεδίασης.

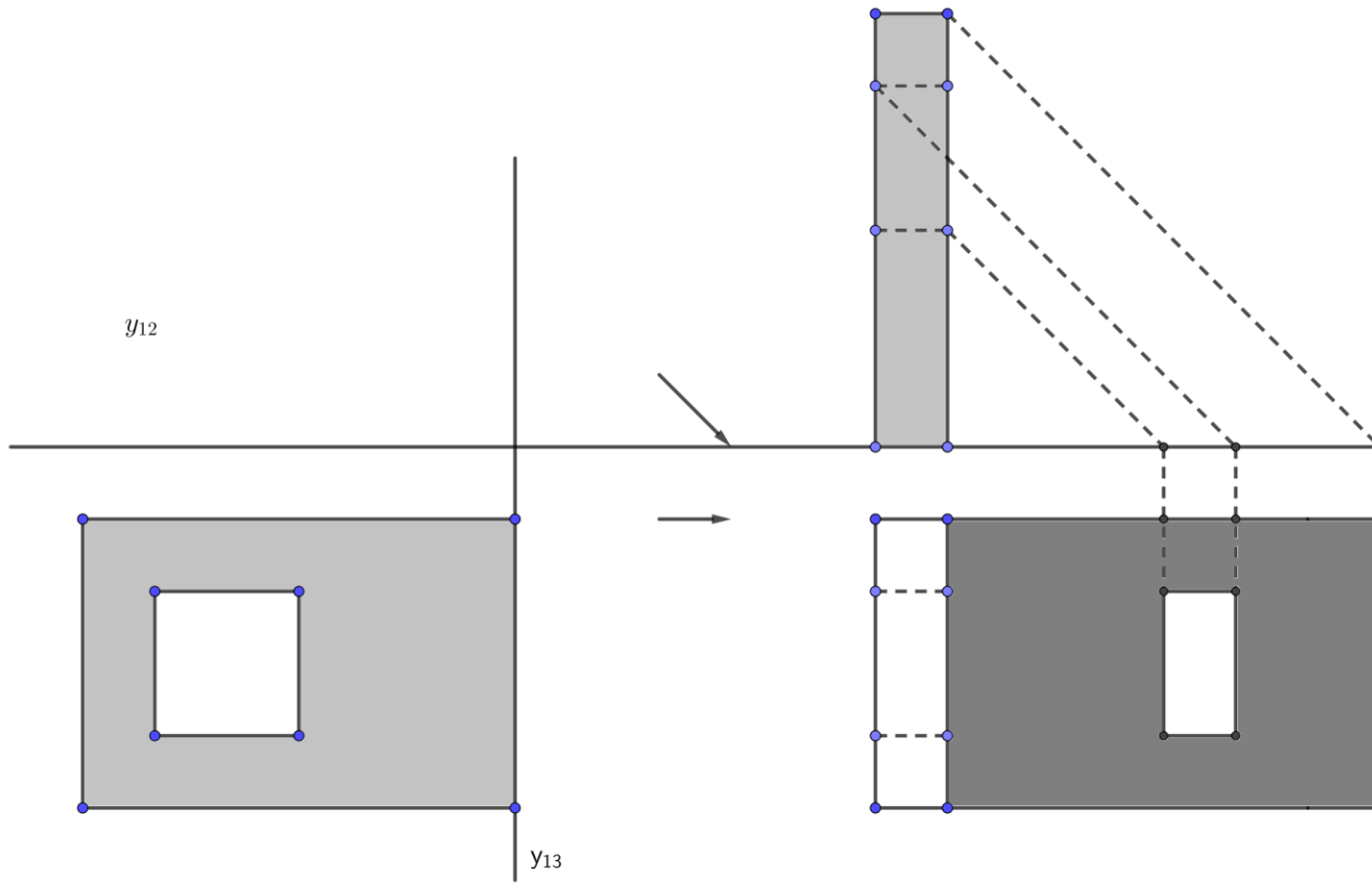
Δίνεται ένας τοίχος με ένα παράθυρο όπως στο παρακάτω σχήμα. Να βρείτε την ερριμμένη σκιά και την αυτοσκιά του.



Σχήμα 34

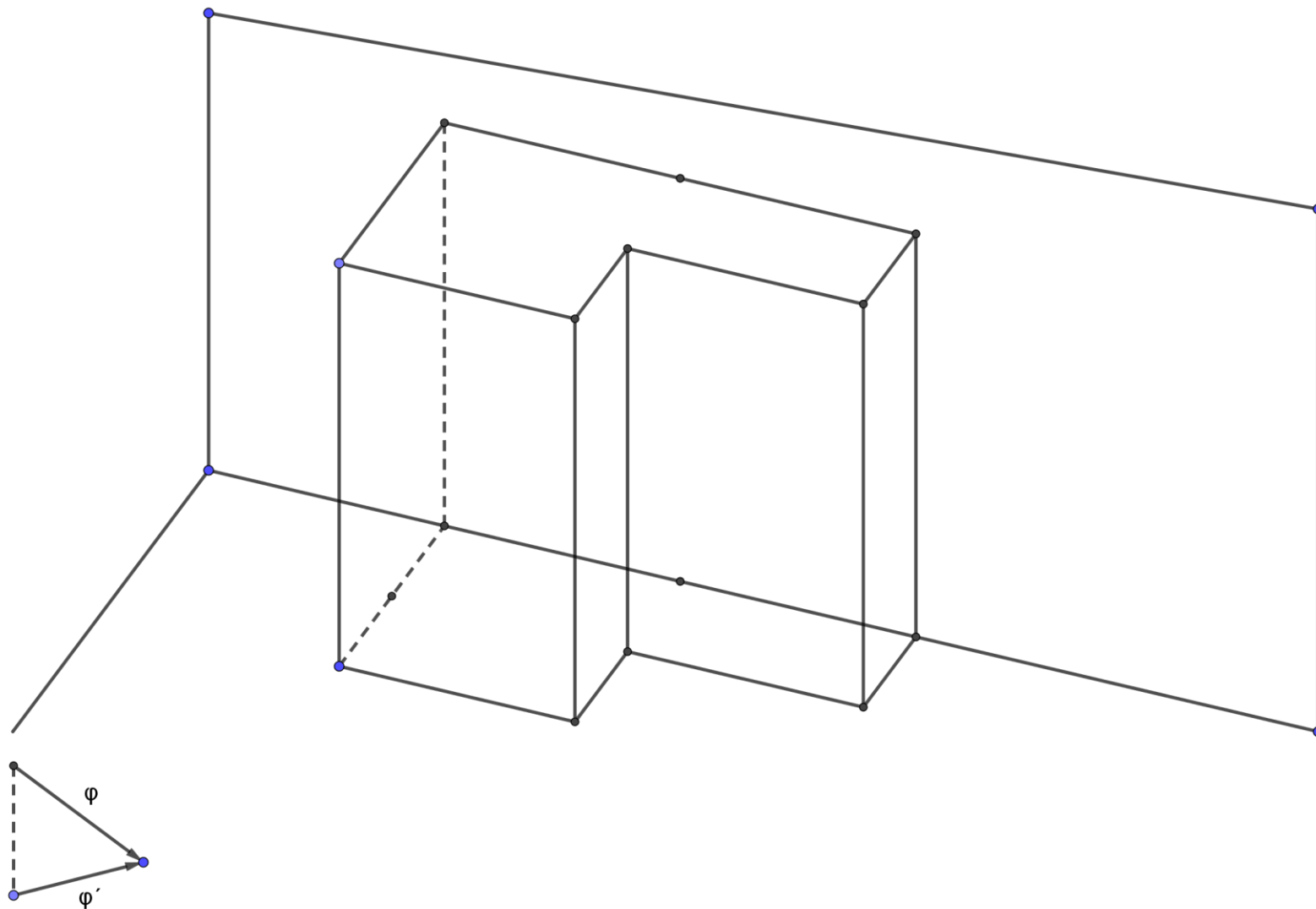


Σχήμα 35

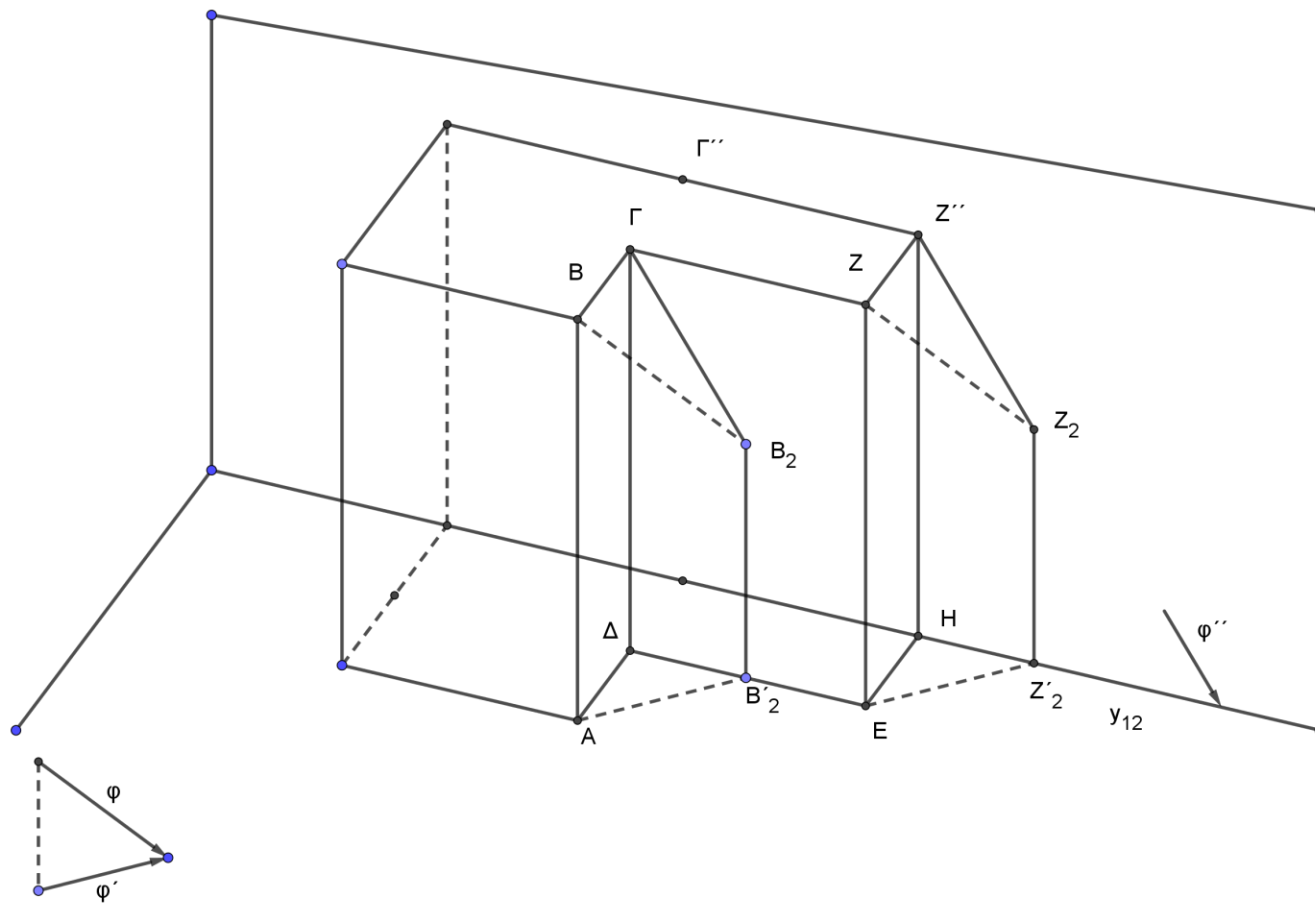


Σχήμα 36

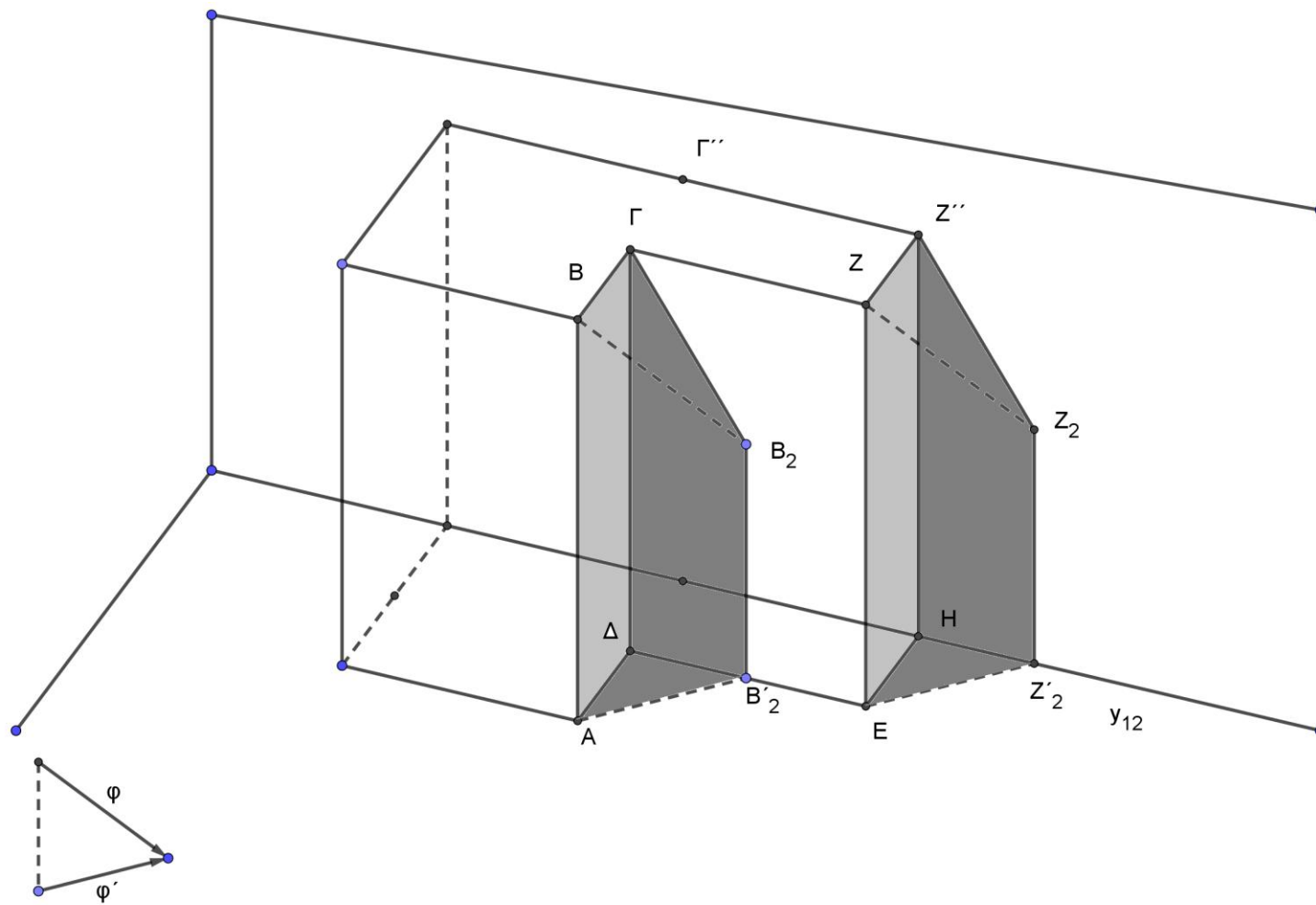
Να βρείτε την αυτοσκιά και την ερριμμένη σκιά των παρακάτω επιφανειών



Σχήμα 37



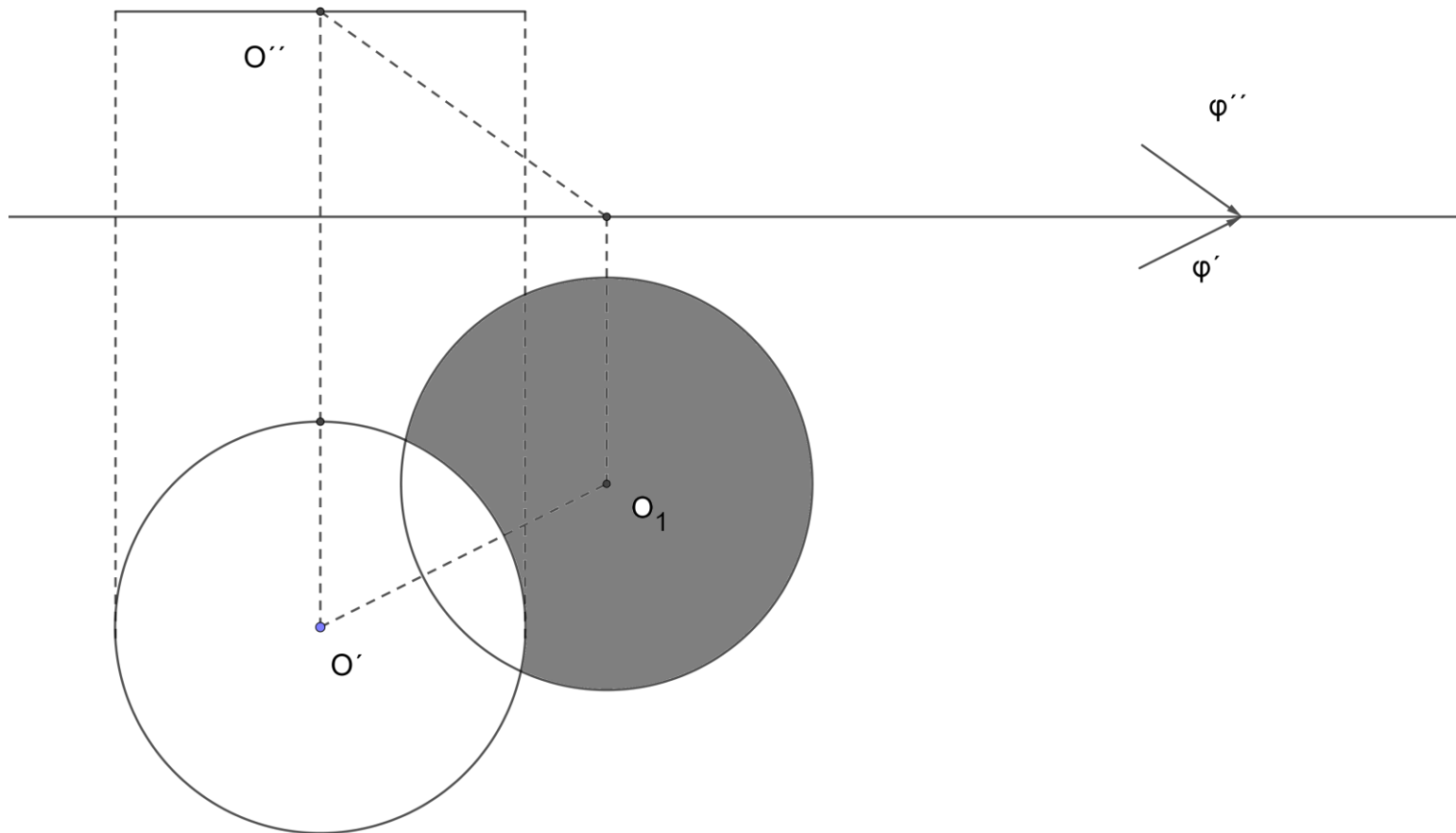
Σχήμα 38



Σχήμα 39

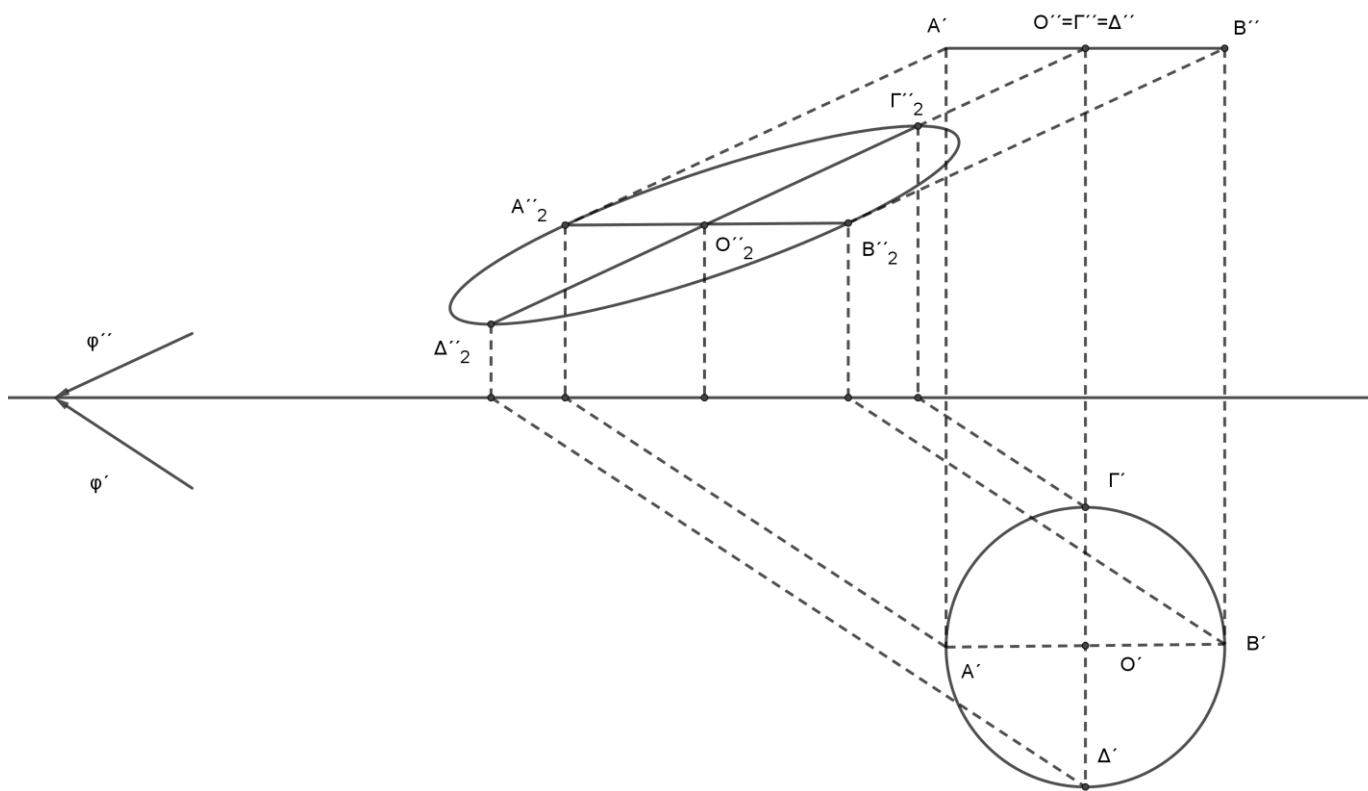
### Σκιά δίσκου

Η σκιά ενός δίσκου με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ , που βρίσκεται σε ένα επίπεδο παράλληλο με το  $E_1$ , η σκιά του οποίου βρίσκεται στο  $E_1$ , είναι επίσης ένας κύκλος με κέντρο την σκιά  $O_1$  του  $O$  και ακτίνα  $\rho$  (στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η κάτοψη και η όψη του δίσκου).

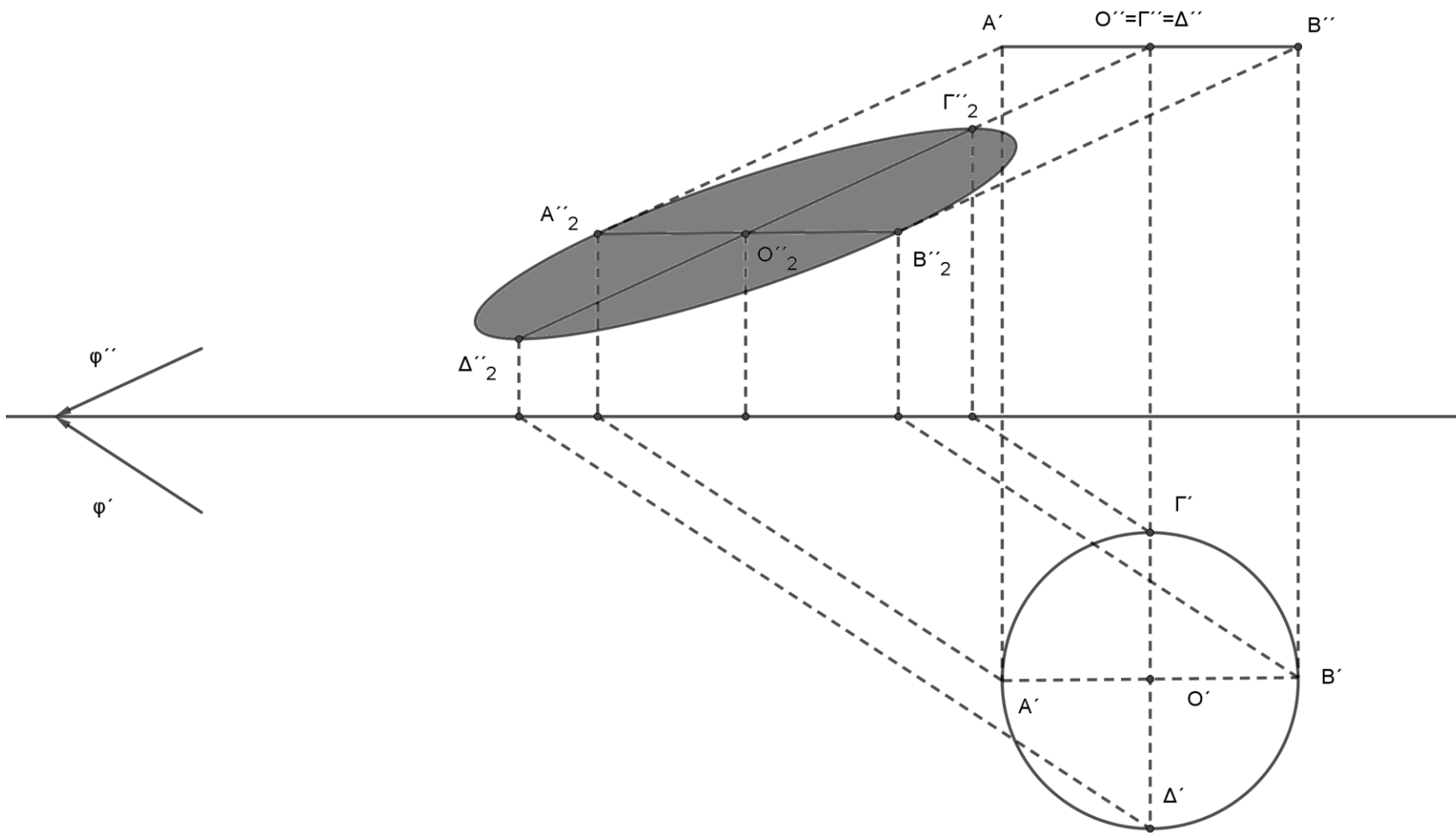


Σχήμα 40

Εξετάζουμε έναν δίσκο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ , που βρίσκεται σε ένα επίπεδο παράλληλο με το  $E_1$ , η σκιά του οποίου πέφτει στο  $E_2$ . Η σκιά του είναι μία έλλειψη με κέντρο την σκιά  $O''$  του κέντρου του  $O$ . Σχεδιάζουμε την διάμετρο  $AB$  του κύκλου που είναι παράλληλη στον άξονα  $y_{12}$  και την διάμετρο  $\Delta\Gamma$  που είναι κάθετη στο  $E_2$ . Οι σκιές τους  $A''_2B''_2$  και  $\Gamma''_2\Delta''_2$  στο επίπεδο  $E_2$  είναι συζυγείς διάμετροι της σκιάς της έλλειψης (δείτε τον ορισμό στις σημειώσεις της αξονομετρίας). Οι κύριοι άξονες της έλλειψης σχεδιάζονται με την βοήθεια της μεθόδου του Rytz.



Σχήμα 41

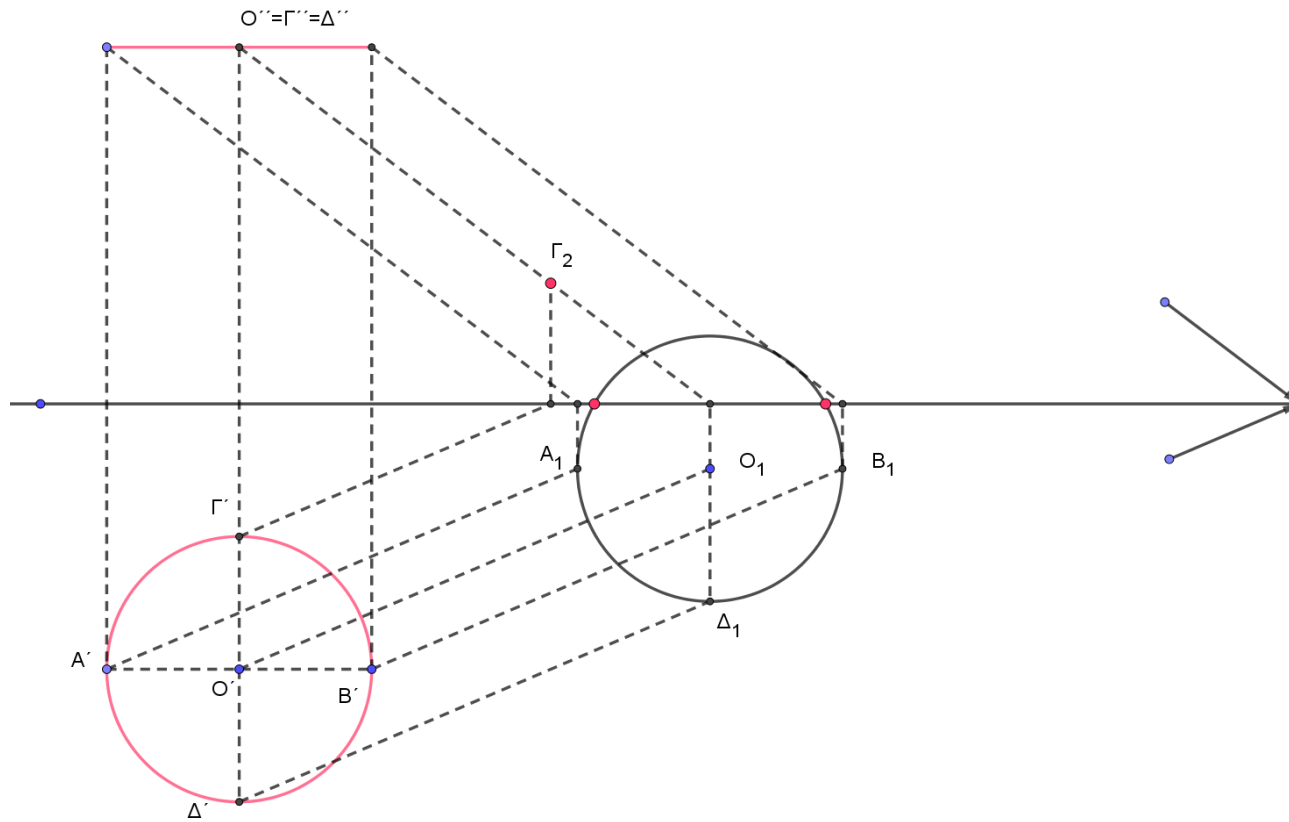


Σχήμα 42

Σκιά δίσκου στα επίπεδα  $E_1, E_2$

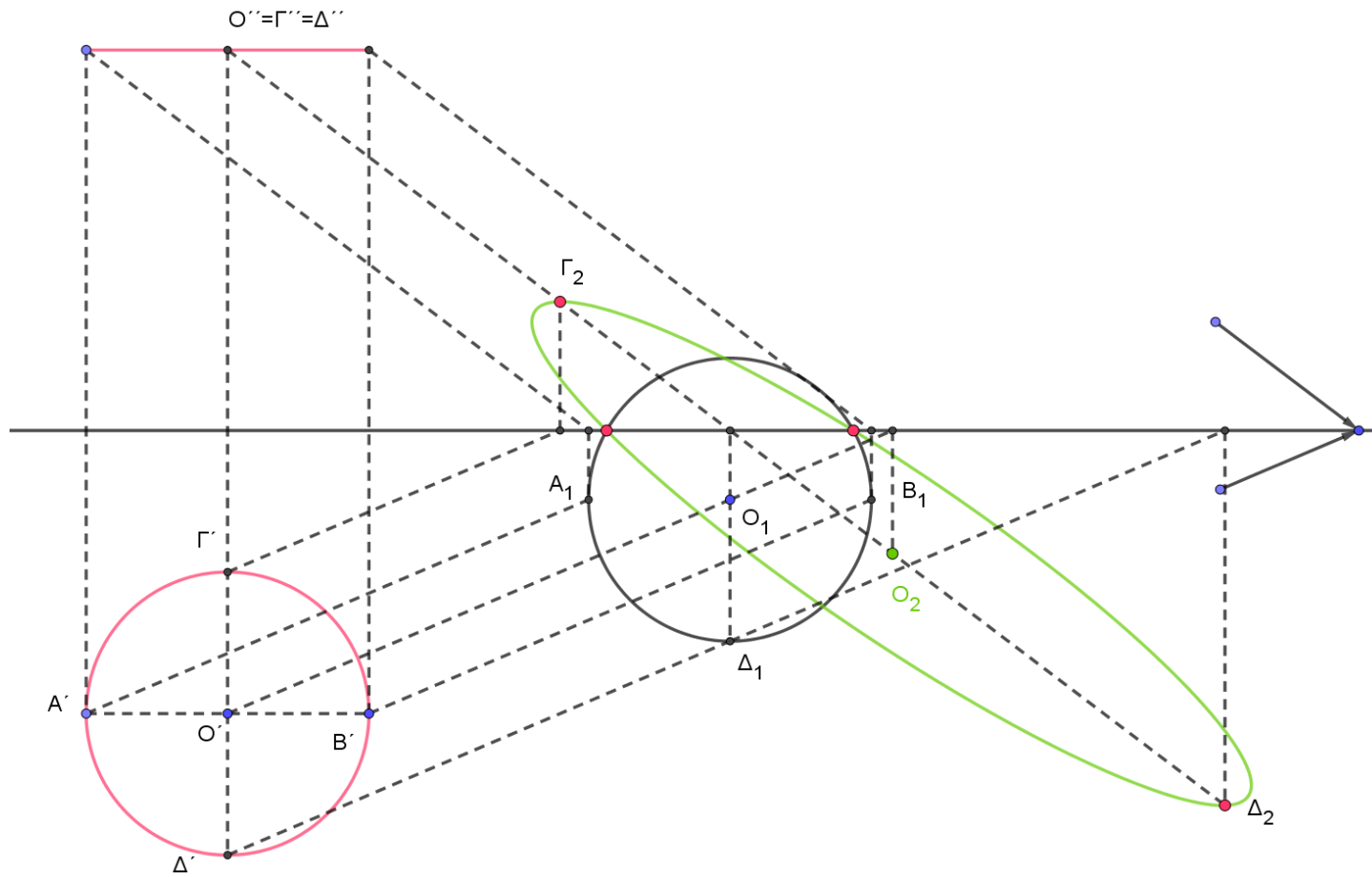
Ο δίσκος του παρακάτω παραδείγματος έχει σκιά που βρίσκεται και στα δύο επίπεδα.

Αρχικά σχεδιάζουμε την σκιά στο επίπεδο  $E_1$  που είναι ένας κύκλος με κέντρο τη σκιά  $O_1$  του  $O$  ο οποίος τέμνει τον άξονα στα δύο κόκκινα σημεία.



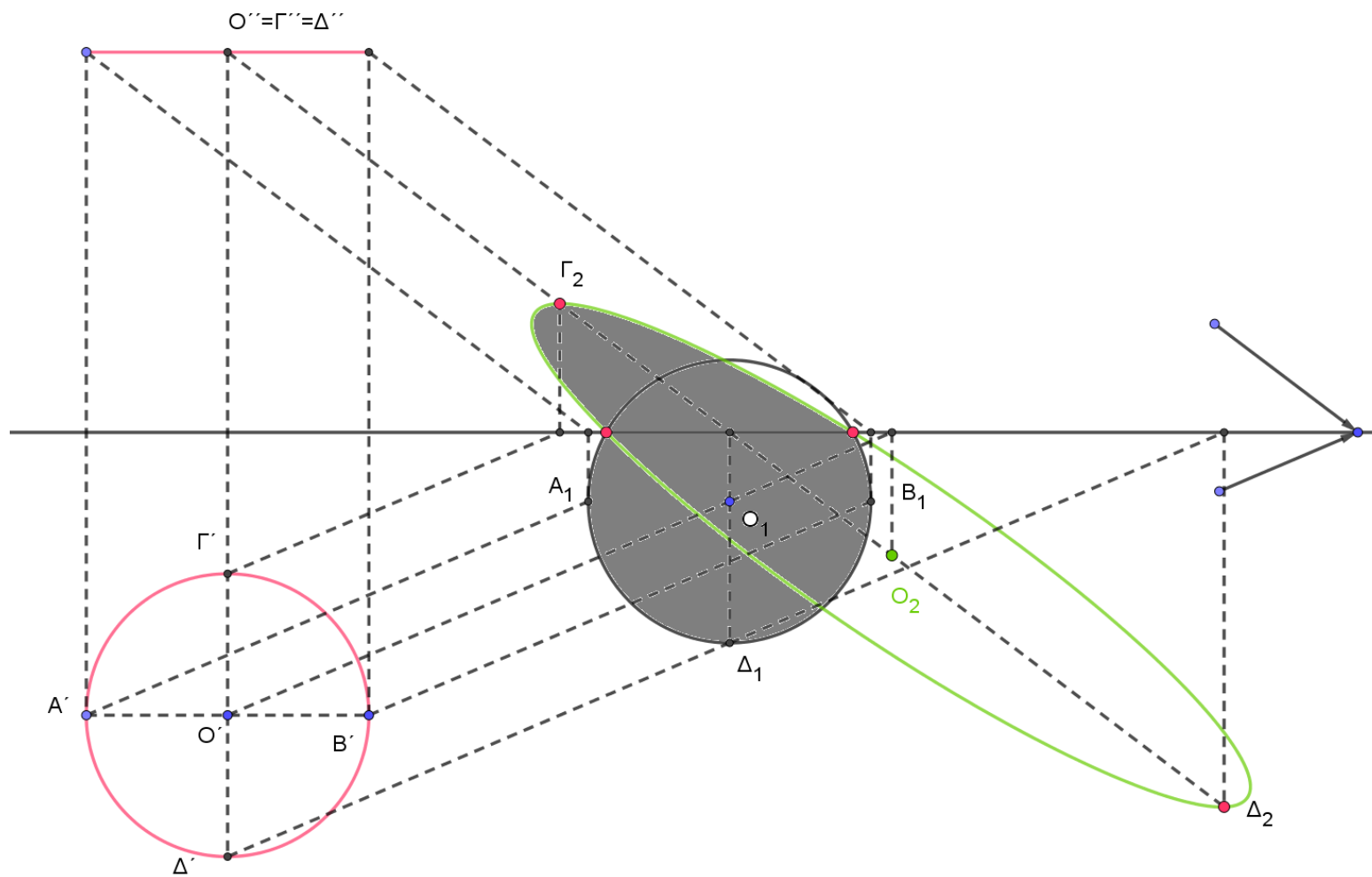
Σχήμα 43

Ακολούθως βρίσκουμε την σκιά στο επίπεδο  $E_2$  όπως στο σχήμα 41. Είναι μια έλλειψη που διέρχεται από τα δύο κόκκινα σημεία του προηγούμενου σχήματος (δείτε επίσης το σχήμα 5 για το  $\Delta_2$ ).



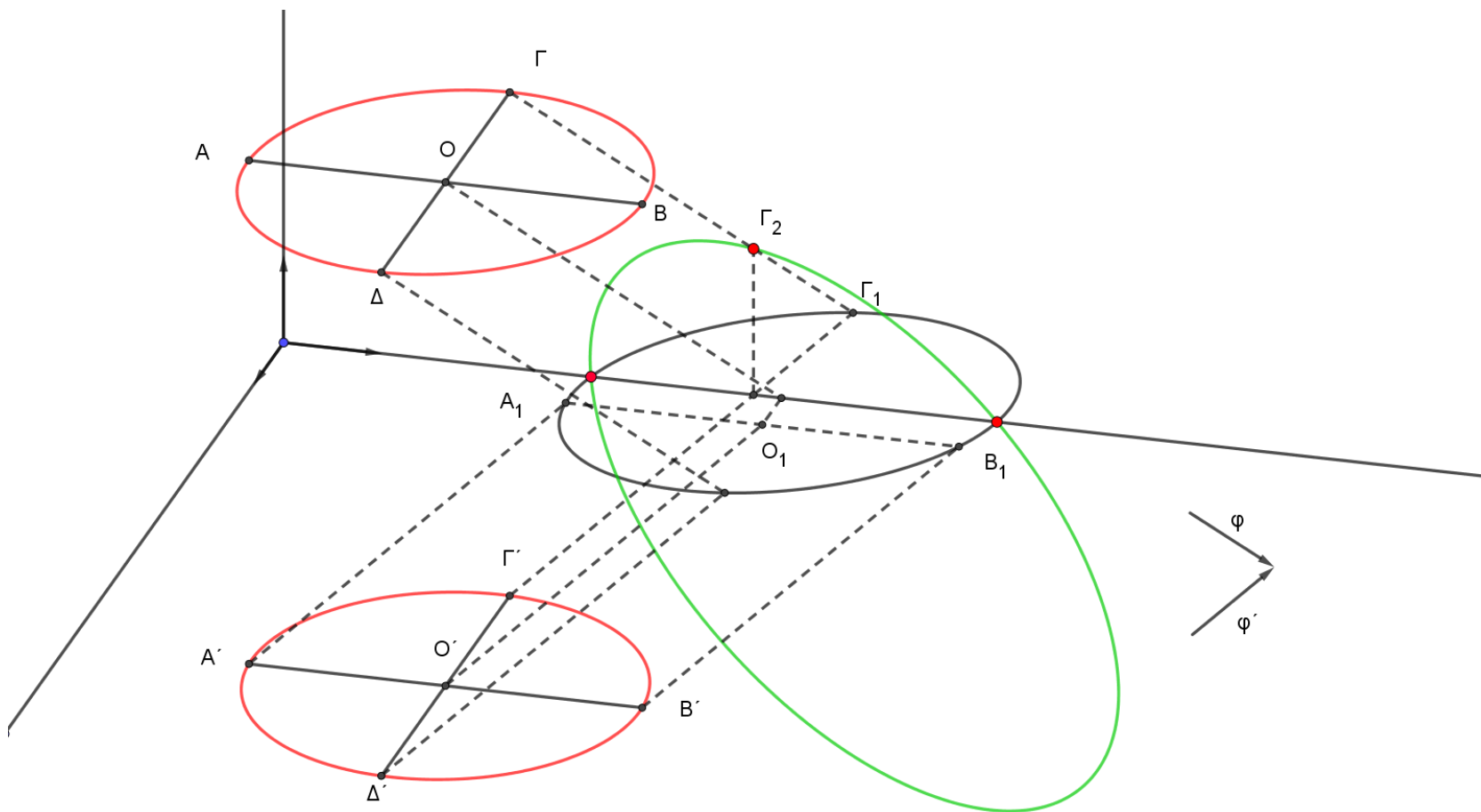
Σχήμα 44

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η ερριμμένη σκιά του δίσκου που αποτελείται απο το μέρος της ερριμμένης σκιάς του δίσκου στο  $E_1$  και το μέρος της ερριμμένης σκιάς του δίσκου στο  $E_2$ .

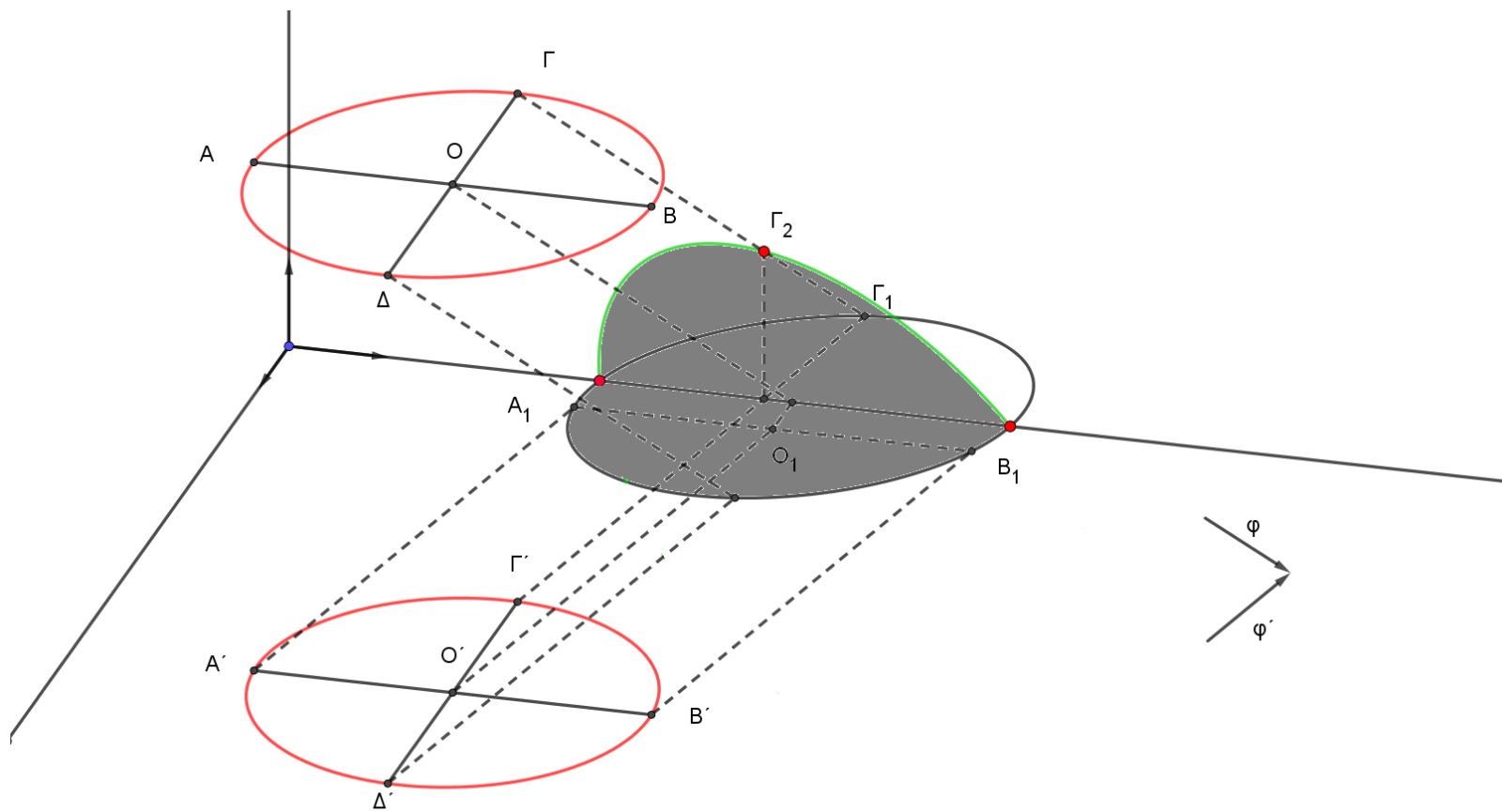


Σχήμα 45

Σχεδιάζουμε το αξονομετρικό (τυχαία αξονομετρία) για τον δίσκο και την ερριμμένη σιά του.



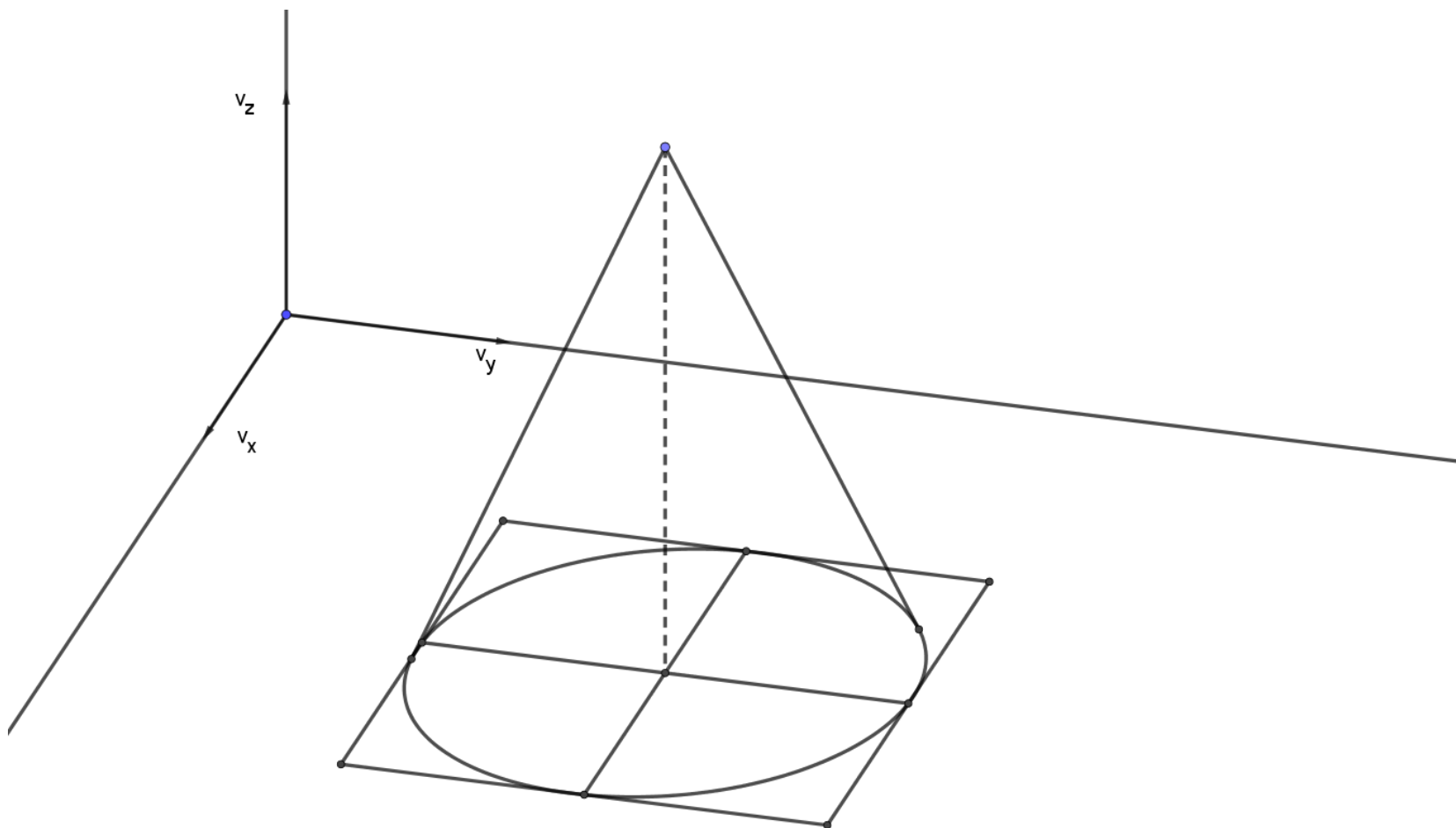
Σχήμα 46



Σχήμα 47

Σκιά κώνου

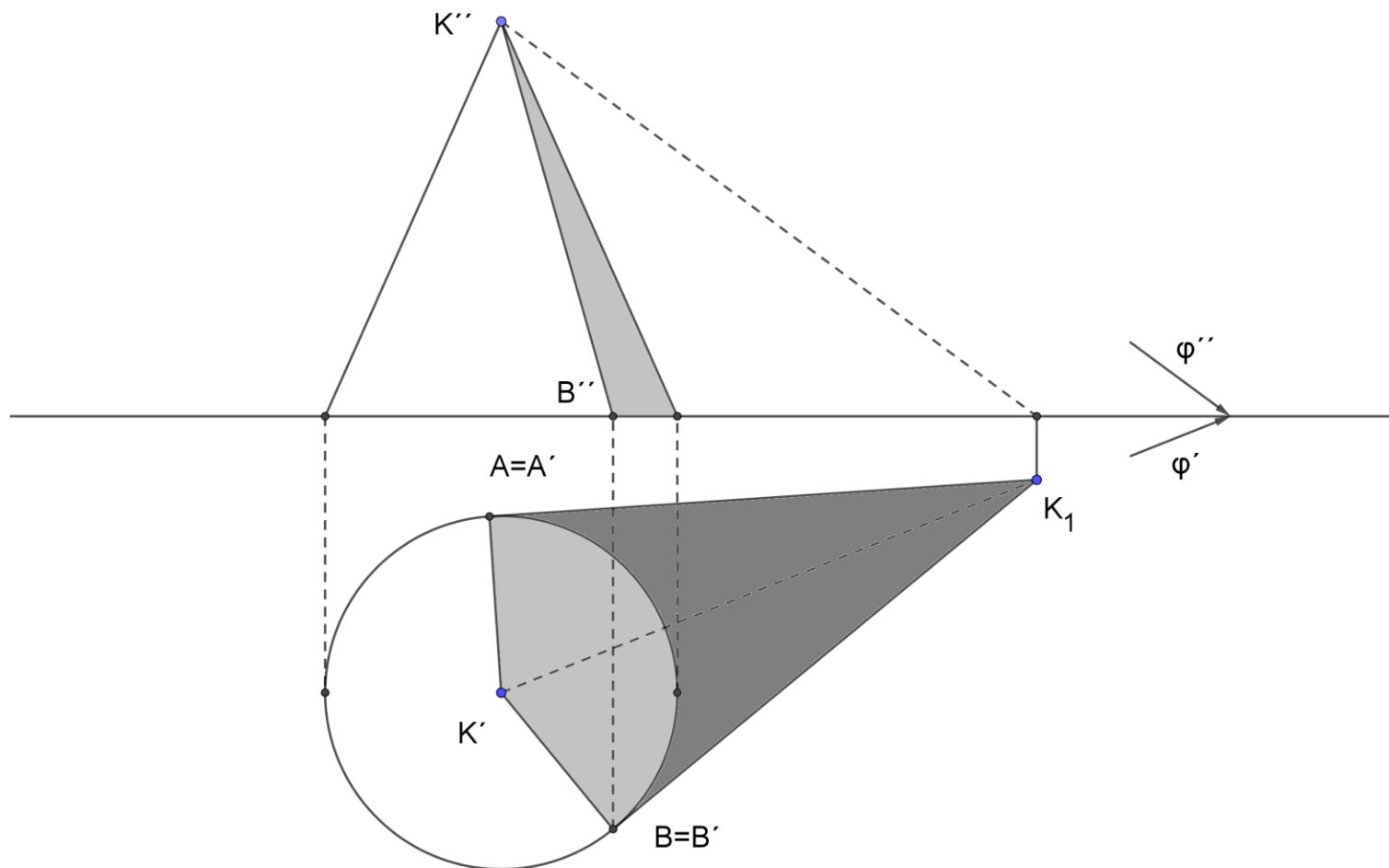
Αξονομετρικό κώνου



Σχήμα 48

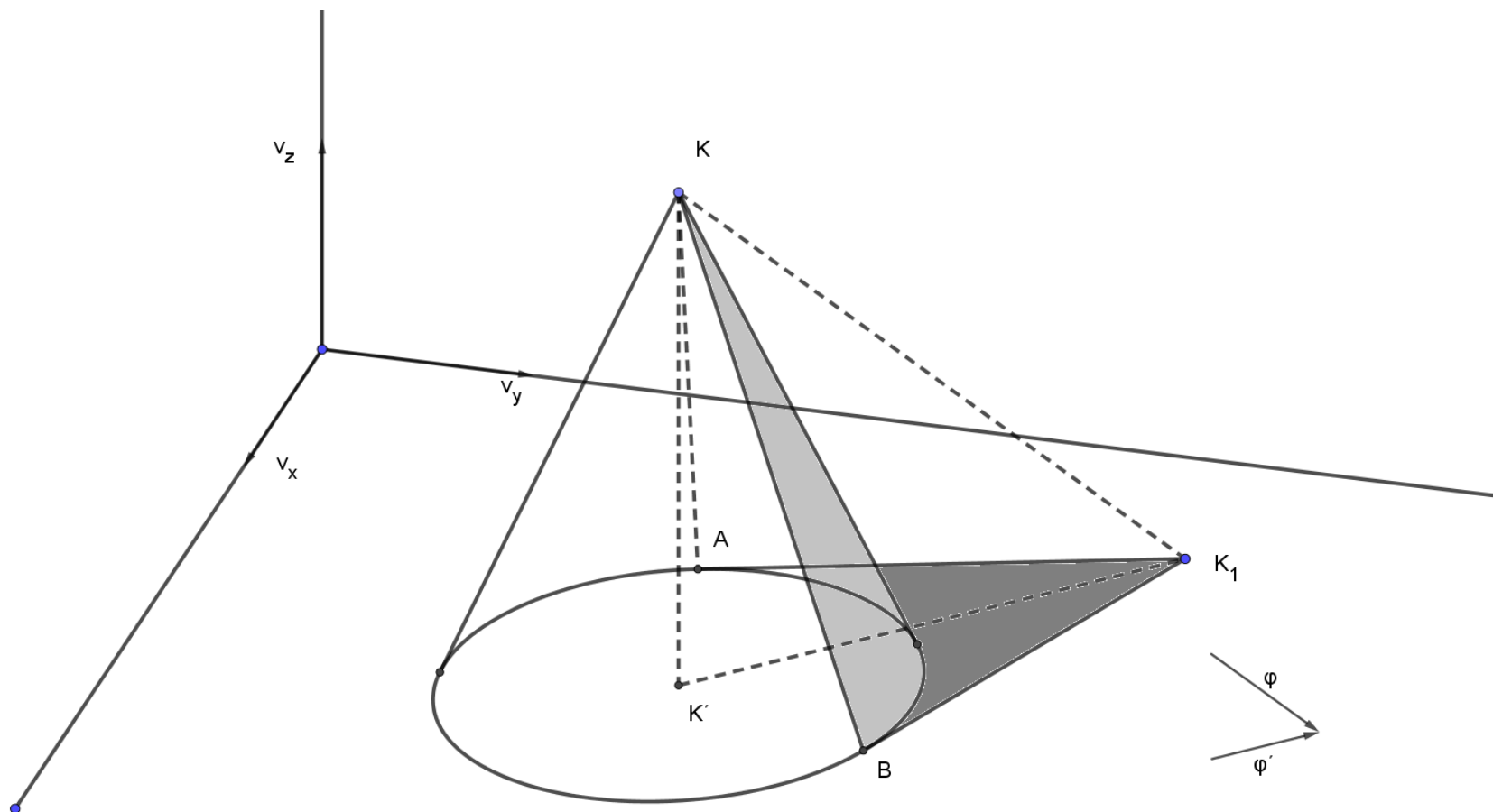
Η σκιά του κώνου στο χαρτί σχεδίασης όταν η σκιά της κορυφής βρίσκεται στο  $E_1$

Βρίσκουμε την σκιά  $K_1$  του  $K$  και απο το  $K_1$  φέρνουμε τις εφαπτόμενες στην έλλειψη με σημεία επαφής τα  $A, B$ . Το περίγραμμα της σκιάς του κώνου στο χαρτί αποτελείται από τα  $AK_1$  και  $BK_1$  και το περίγραμμα της αυτοσκιάς απο τα  $K'A'$  και  $K'B'$ .



Σχήμα 49

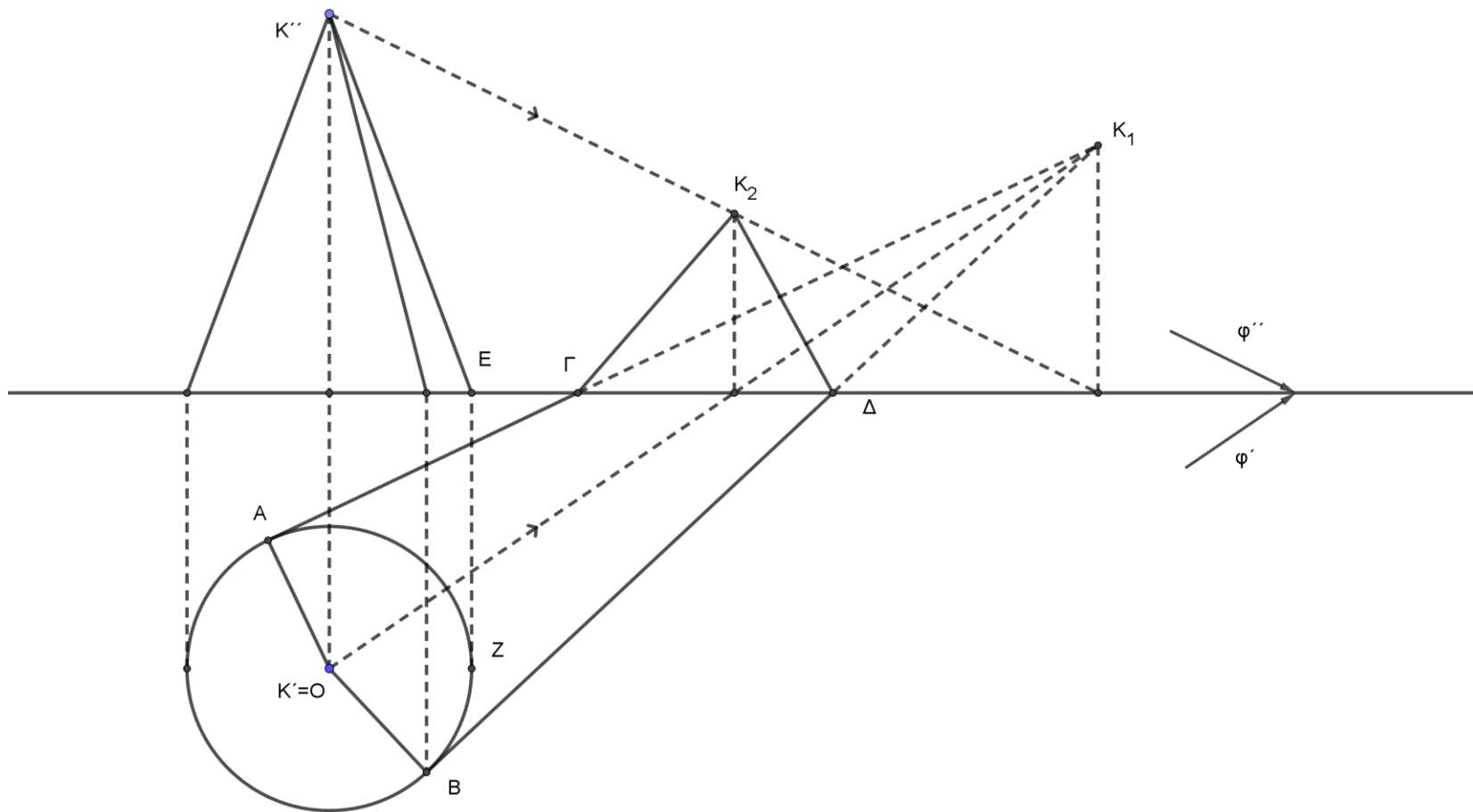
Σκιά κώνου στο αξονομετρικό



Σχήμα 50

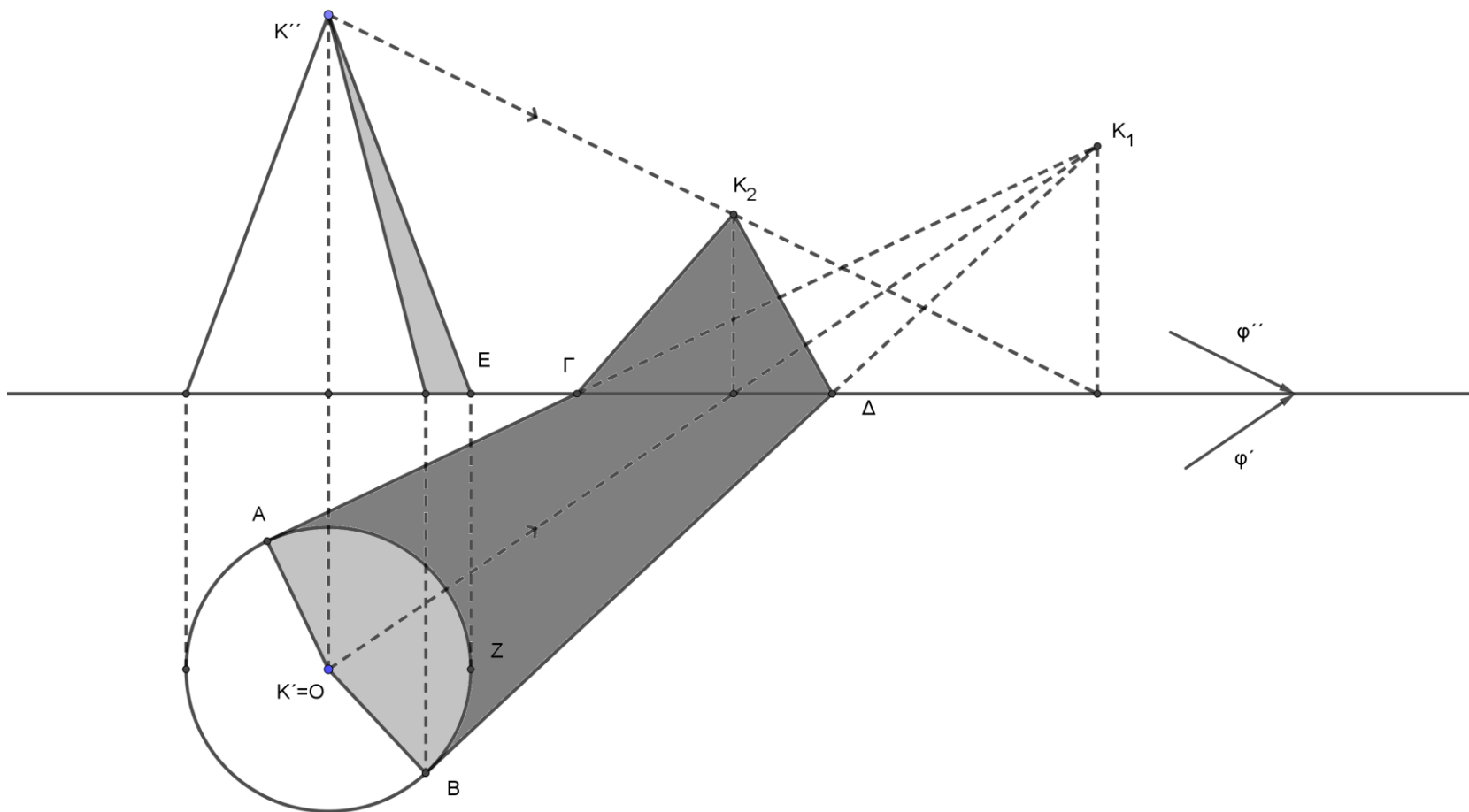
Η σκιά του κώνου στο χαρτί σχεδίασης όταν η σκιά της κορυφής βρίσκεται στο  $E_2$

Βρίσκουμε την πλαστή σκιά  $K_1$  του  $K$  και την σκιά  $K_2$  του  $K$  όπως στο σχήμα 5. Από το  $K_1$  φέρνουμε εφαπτόμενες στον κύκλο που τον τέμνουν στα σημεία  $A, B$  και τέμνουν επίσης τον άξονα  $y_{12}$  στα σημεία  $\Gamma, \Delta$ . Φέρνουμε τις ευθείες  $\Gamma K_2$  και  $\Delta K_2$ .



Σχήμα 51

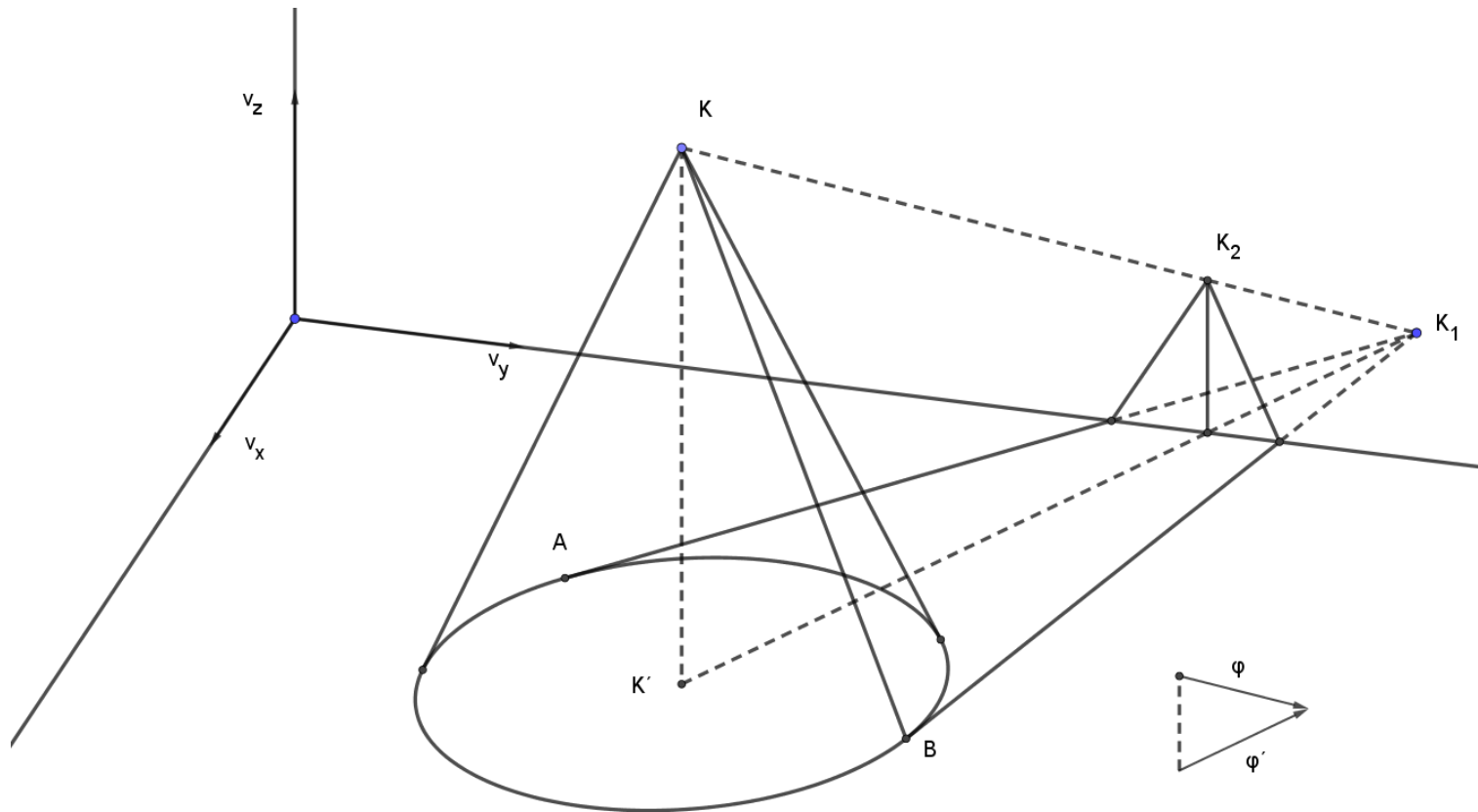
Το περίγραμμα της σκιάς του κώνου αποτελείται από τις ευθείες  $ΑΓ$ ,  $ΓΚ_2$ ,  $Κ_2Δ$ ,  $ΔΒ$  και το περίγραμμα της αυτοσκιάς από τις ακτίνες  $ΟΑ$ ,  $ΟΒ$ .



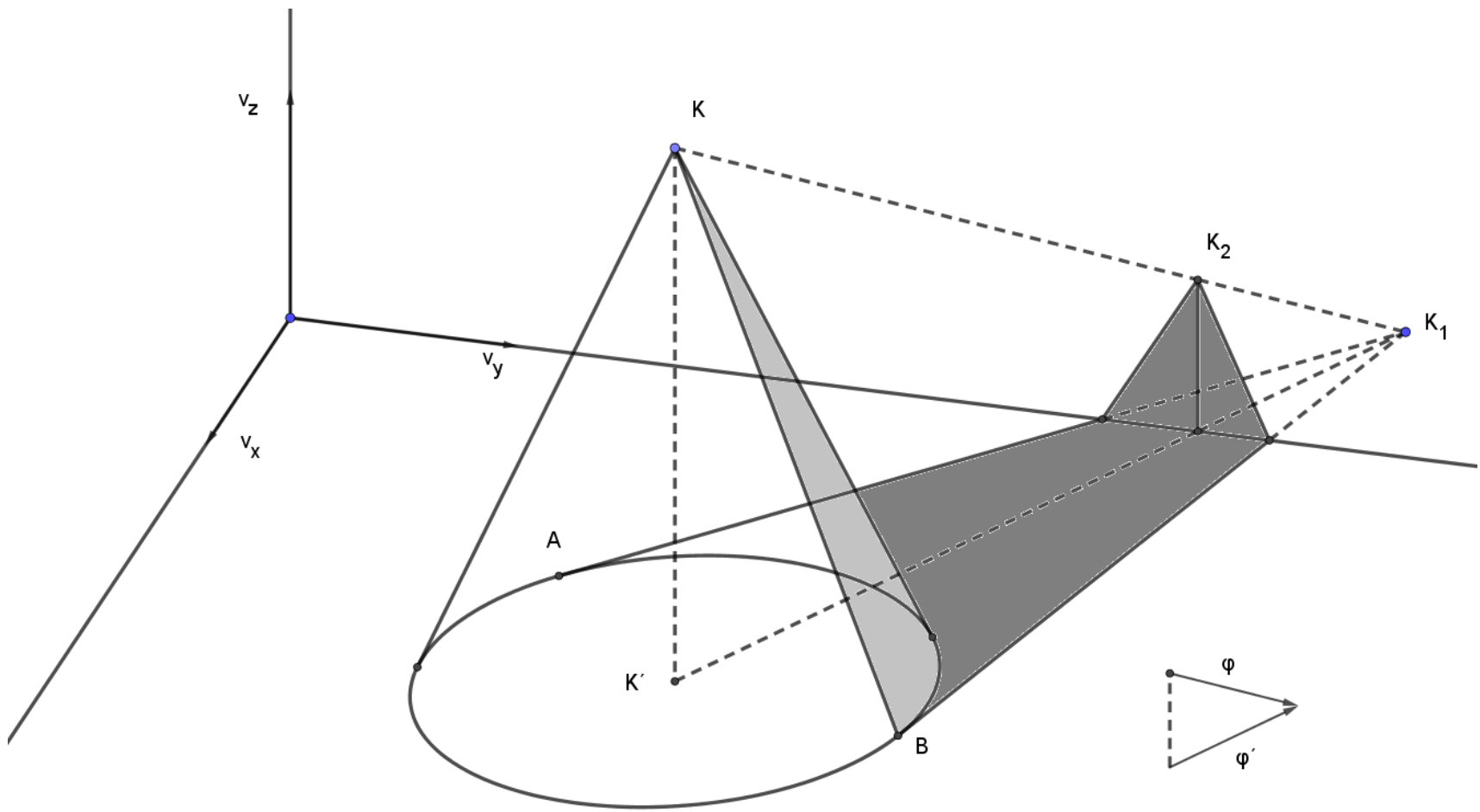
Σχήμα 52

Η σκιά του κώνου στο αξονομετρικό

Βρίσκουμε την πλαστή σκιά  $K_1$  και την ερριμμένη σκιά  $K_2$  του  $K$ . Απο το φέρνουμε εφαπτόμενες στην έλλειψη (βάση του κώνου) και εντοπίζουμε τα σημεία  $A, B$ .



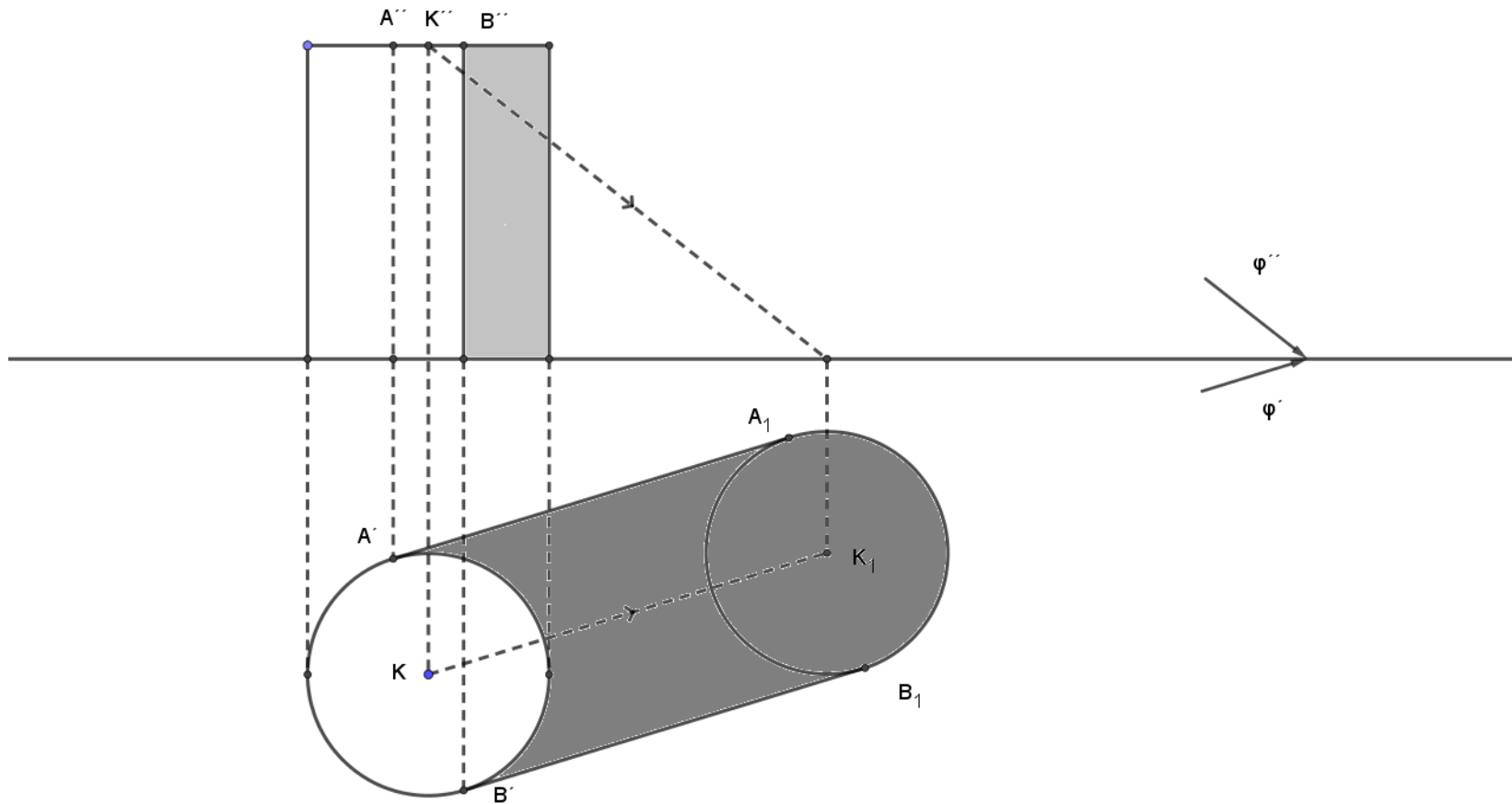
Σχήμα 53



Σχήμα 54

### Σκιά κυλίνδρου στο χαρτί

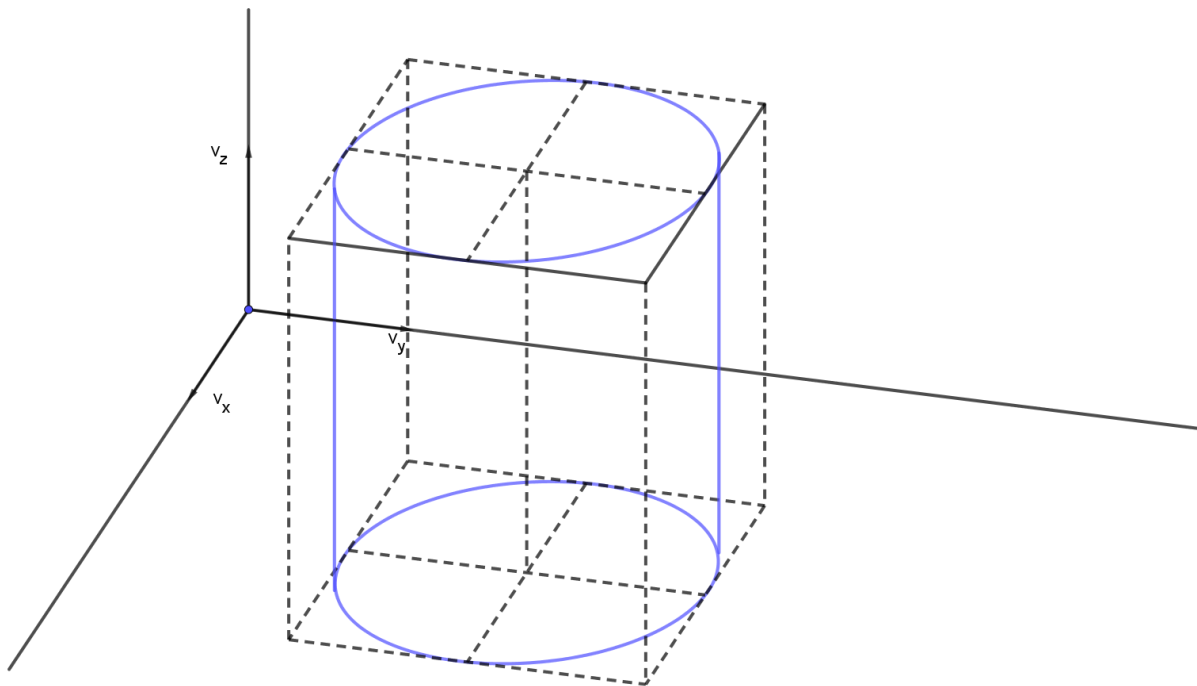
Βρίσκουμε την σκιά  $K_1$  του κέντρου  $K$  της πάνω βάσης του κύκλου και σχεδιάζουμε κύκλο με κέντρο  $K_1$  ίδιας ακτίνας με την βάση. Σχεδιάζουμε τις κοινές εφαπτομένες  $A'A_1$  και  $B'B_1$  των δύο κύκλων.



Σχήμα 55

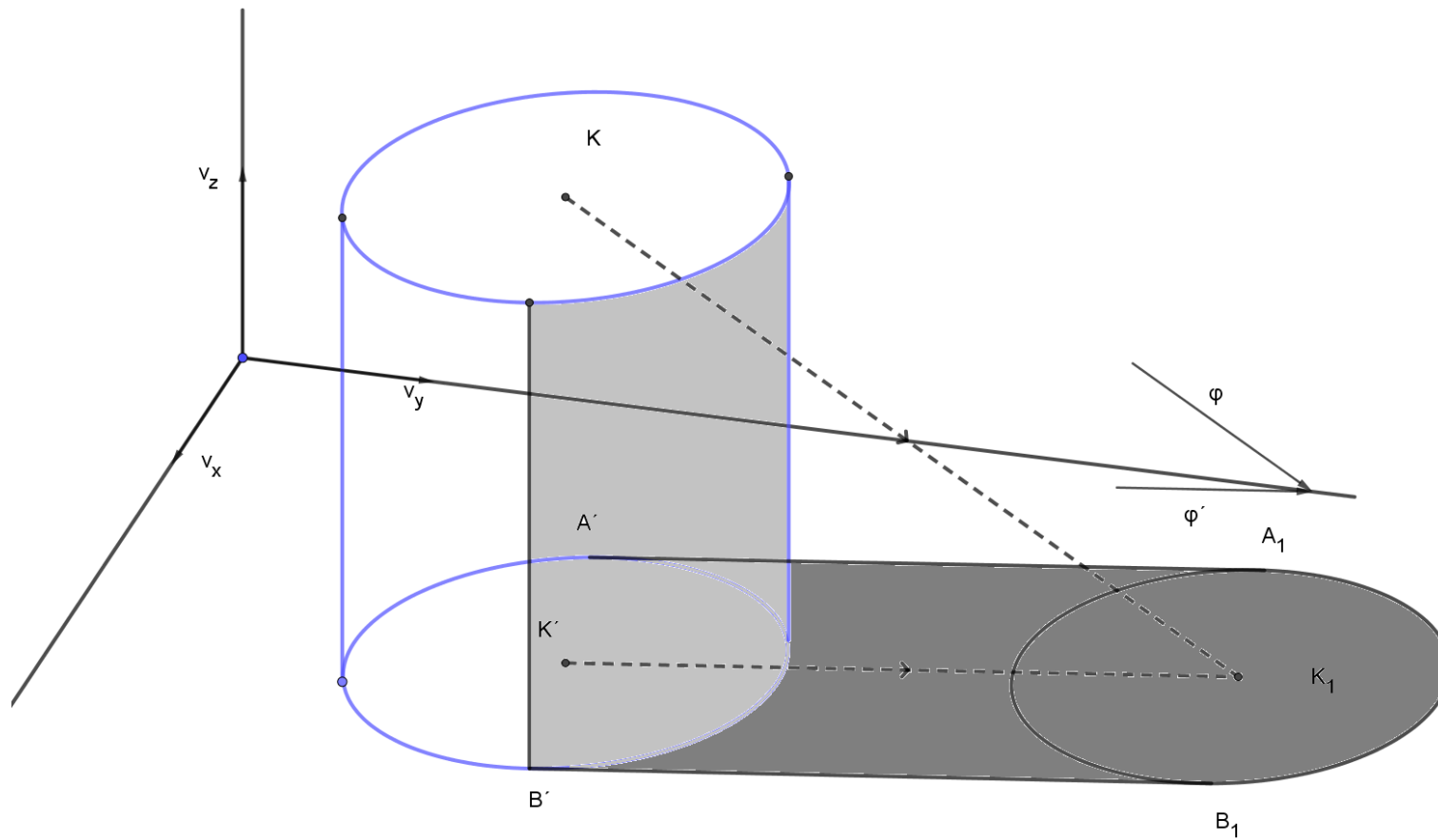
## Αξονομετρικό κυλίνδρου

Σχεδιάζουμε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές παράλληλες στους άξονες λαμβάνοντας υπ' όψιν τα μήκη τους και εγγράφουμε σε αυτό τον κύλινδρο. Οι πάνω και κάτω βάσεις του κυλίνδρου είναι ελλείψεις. Βρίσκουμε τις κοινές εφαπτόμενες των ελλείψεων χρησιμοποιώντας τα σχήματα 20 και 22 στις σημειώσεις της αξονομετρίας.



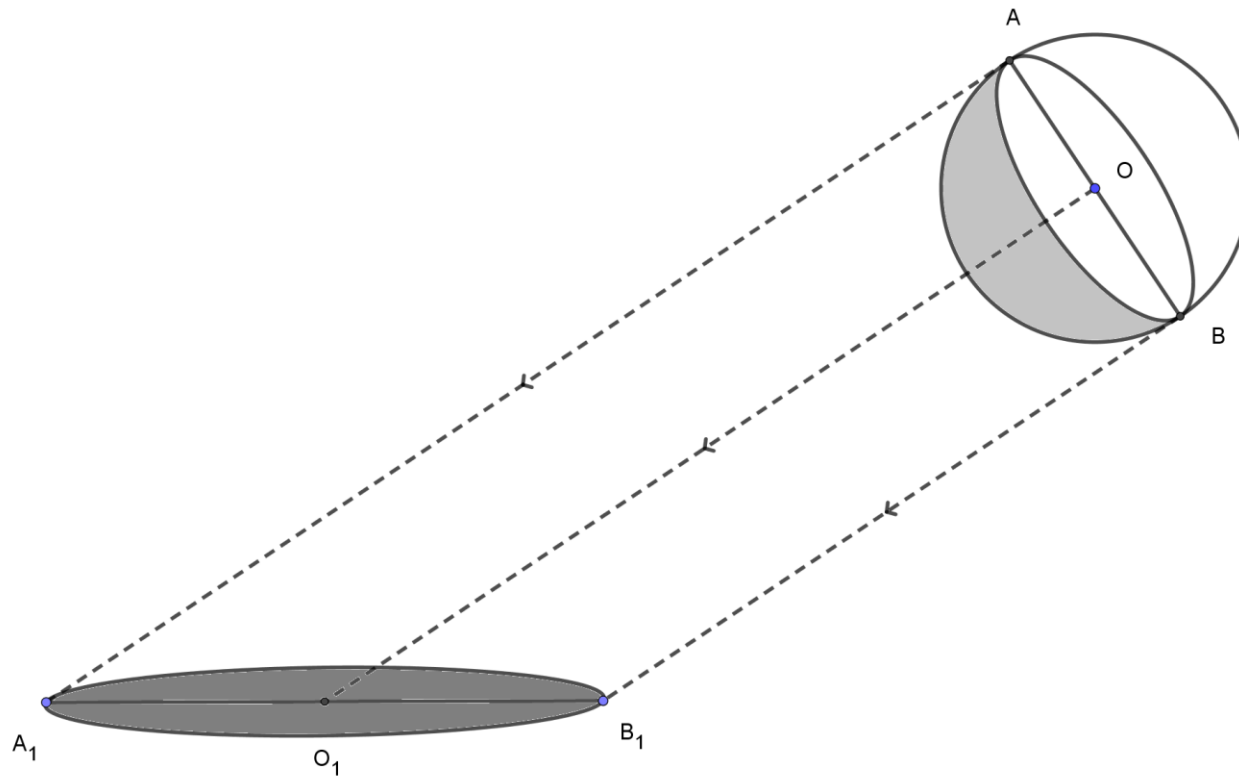
Σχήμα 56

Ερριμμένη σκιά και αυτοσκιά κυλίνδρου στο  $E_1$



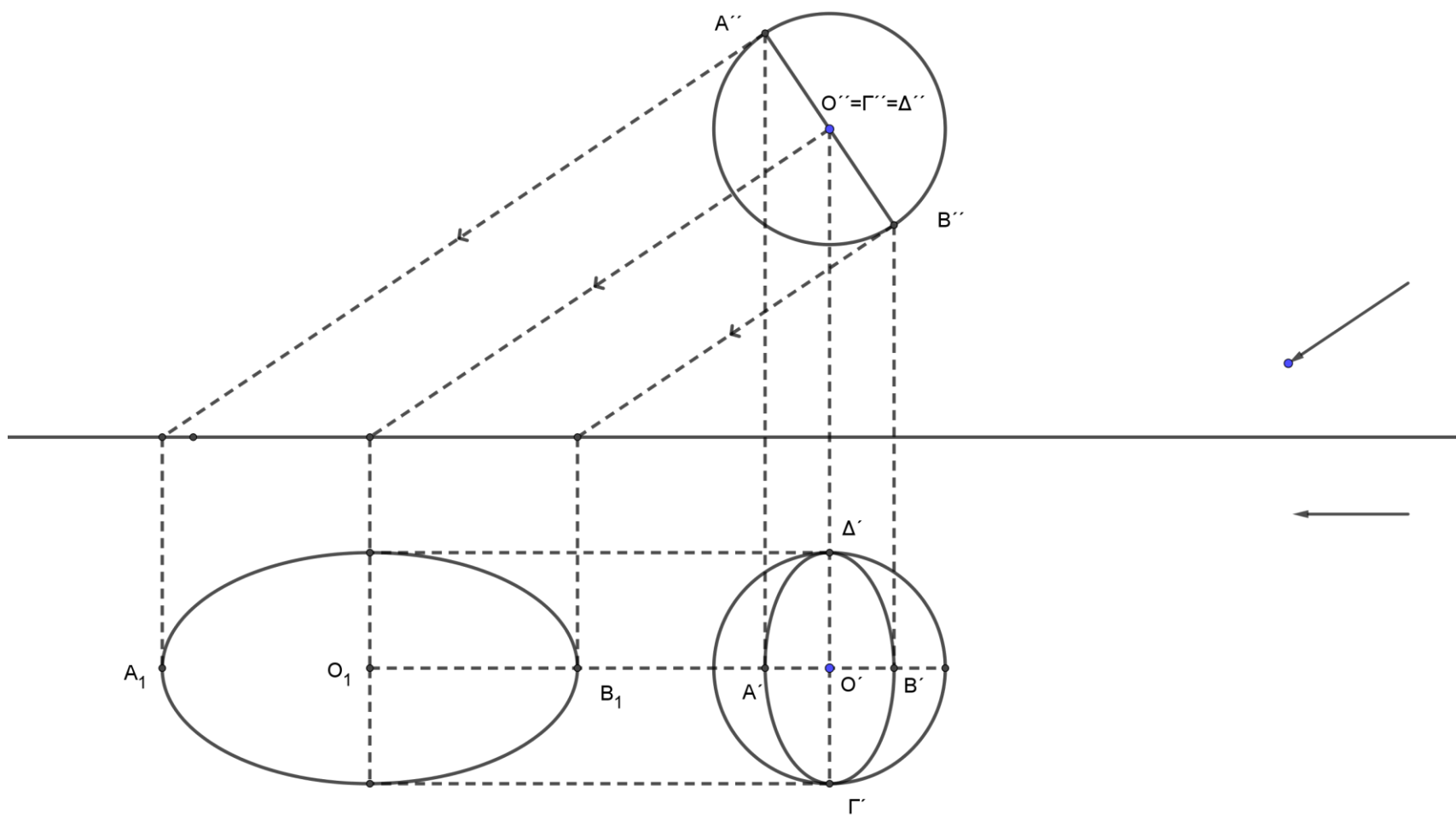
Σχήμα 57

Σκιά σφαίρας

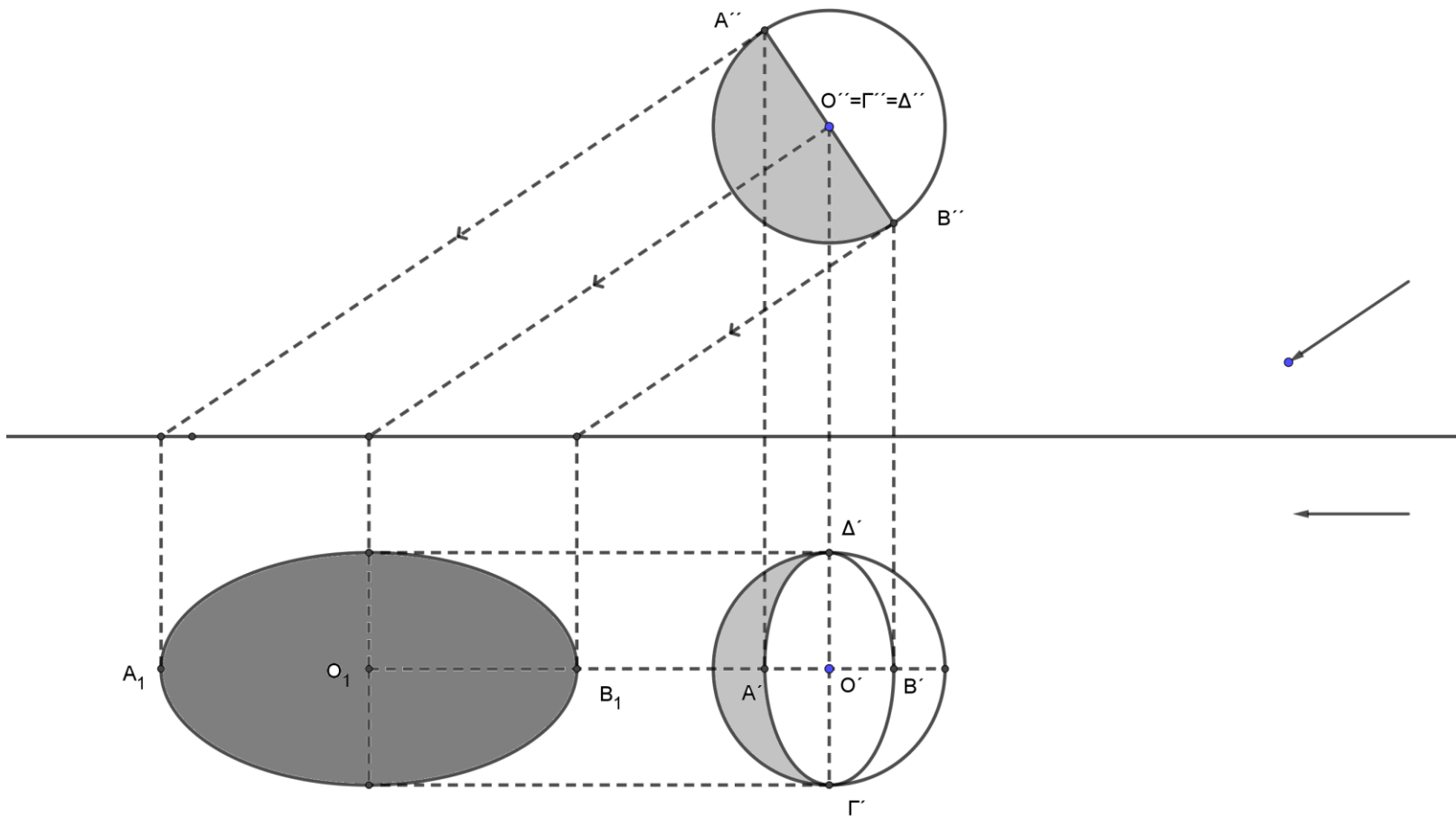


Σχήμα 58

Ερριμμένη σκιά και αυτοσκιά σφαίρας στο χαρτί



Σχήμα 59



Σχήμα 60

## Βιβλιογραφία

Κουρνιατής Ν., Τεχνικές αναπαράστασης με γεωμετρικές μεθόδους και σύγχρονα ψηφιακά μέσα, Εκδόσεις Τζιόλα.

Λευκαδίτης Γ.Ε., Εξαρχάκος Γ.Μ., Μέθοδοι παραστάσεων, Εκδόσεις Ενέλιξη.

