

Ρομποτική

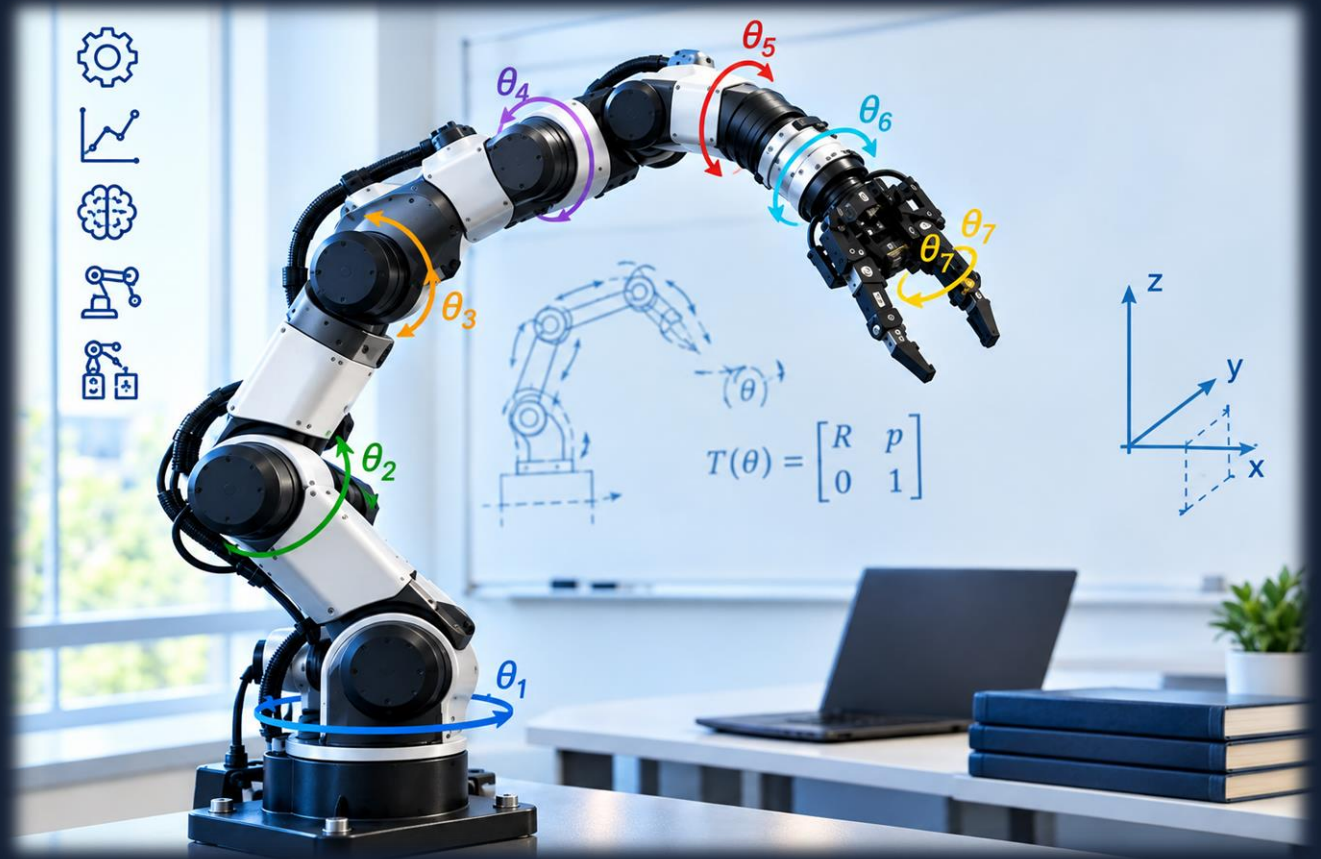
Διάλεξη 03

Τύπος Gröbler

Υπολογισμός Βαθμών Ελευθερίας

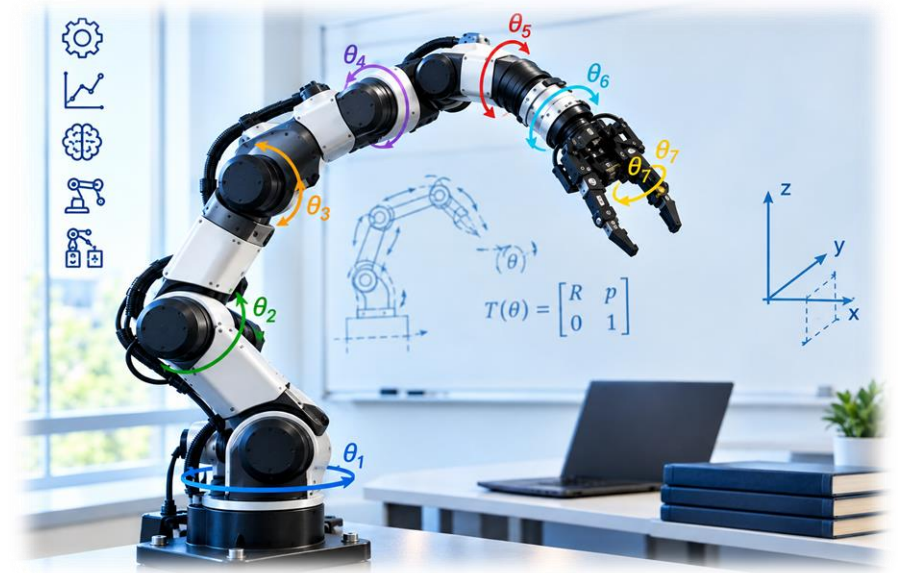
Καθ. Μιχαήλ Γ. Λαγουδάκης

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Πολυτεχνείο Κρήτης



Τύπος Grübler

και βαθμοί ελευθερίας και περιορισμοί



Υπενθύμιση: Στάσεις και Βαθμοί Ελευθερίας

- **Ρομποτική στάση**
 - πλήρης καθορισμός της θέσης κάθε σημείου ενός ρομπότ
- **Ρομποτικοί βαθμοί ελευθερίας (degrees of freedom, dof)**
 - το ελάχιστο πλήθος n πραγματικών συντεταγμένων για αναπαράσταση στάσης
- **Υπολογισμός βαθμών ελευθερίας**
 - αρχικά, 6 στον φυσικό τριδιάστατο χώρο (3 στο διδιάστατο επίπεδο) για κάθε σώμα
 - αφαιρούνται οι ανεξάρτητοι περιορισμοί (λόγω αρθρώσεων ή ...)

$$\text{degrees of freedom} = (\text{sum of freedoms of the bodies}) - (\text{number of independent constraints})$$

Τύπος του Grübler

- Ορισμός

- έστω ρομποτικός μηχανισμός με N συνδέσμους και J αρθρώσεις
- m : οι βαθμοί ελευθερίας ενός στερεού σώματος ($m=6$ για χώρο ή $m=3$ για επίπεδο)
- f_i και c_i : οι βαθμοί ελευθερίας και οι ανεξάρτητοι περιορισμοί της άρθρωσης i ($f_i + c_i = m$)
- τότε οι βαθμοί ελευθερίας (dof) του ρομπότ είναι:

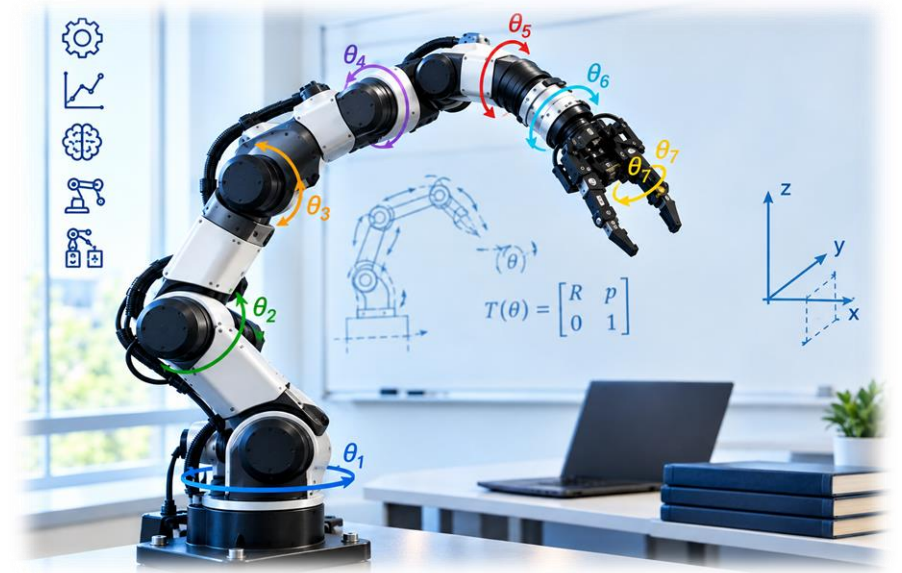
$$\text{dof} = \underbrace{m(N-1)}_{\text{rigid body freedoms}} - \underbrace{\sum_{i=1}^J c_i}_{\text{joint constraints}}$$

$$= m(N-1) - \sum_{i=1}^J (m - f_i)$$

$$= m(N-1-J) + \sum_{i=1}^J f_i.$$

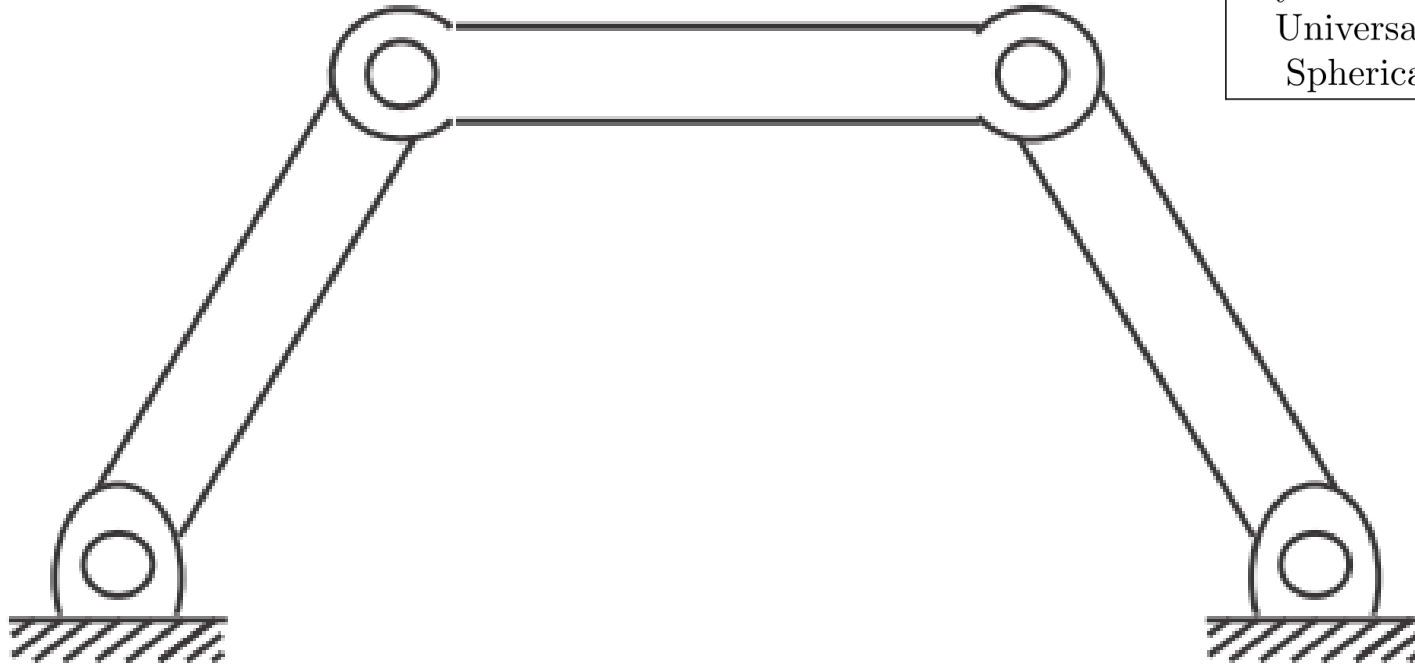
Παραδείγματα

Υπολογισμός βαθμών ελευθερίας



Παράδειγμα 1

- Μηχανισμός 4 ράβδων



$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

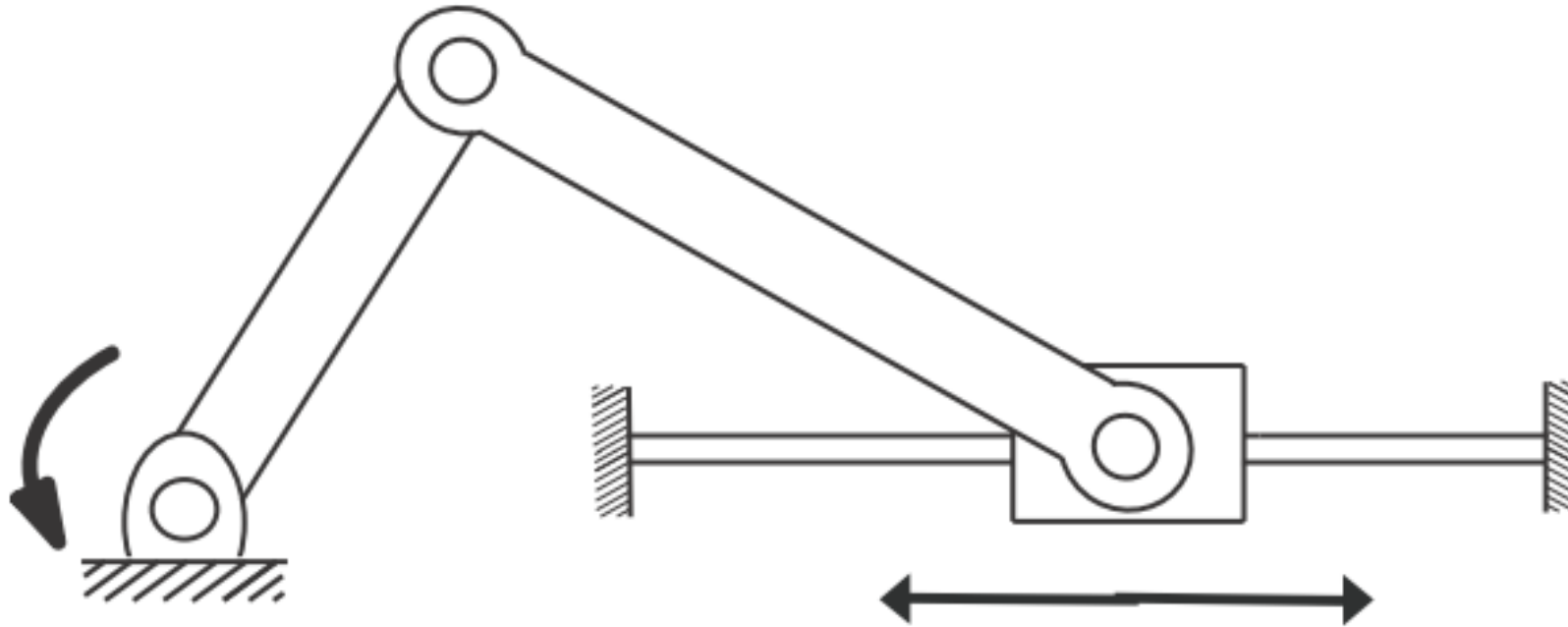
Joint type	dof f	Constraints c between two planar rigid bodies	Constraints c between two spatial rigid bodies
Revolute (R)	1	2	5
Prismatic (P)	1	2	5
Helical (H)	1	N/A	5
Cylindrical (C)	2	N/A	4
Universal (U)	2	N/A	4
Spherical (S)	3	N/A	3

$$- \text{dof} = 3(4 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{1}$$

Παράδειγμα 2

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Μηχανισμός ολισθητήρα-στροφάλου

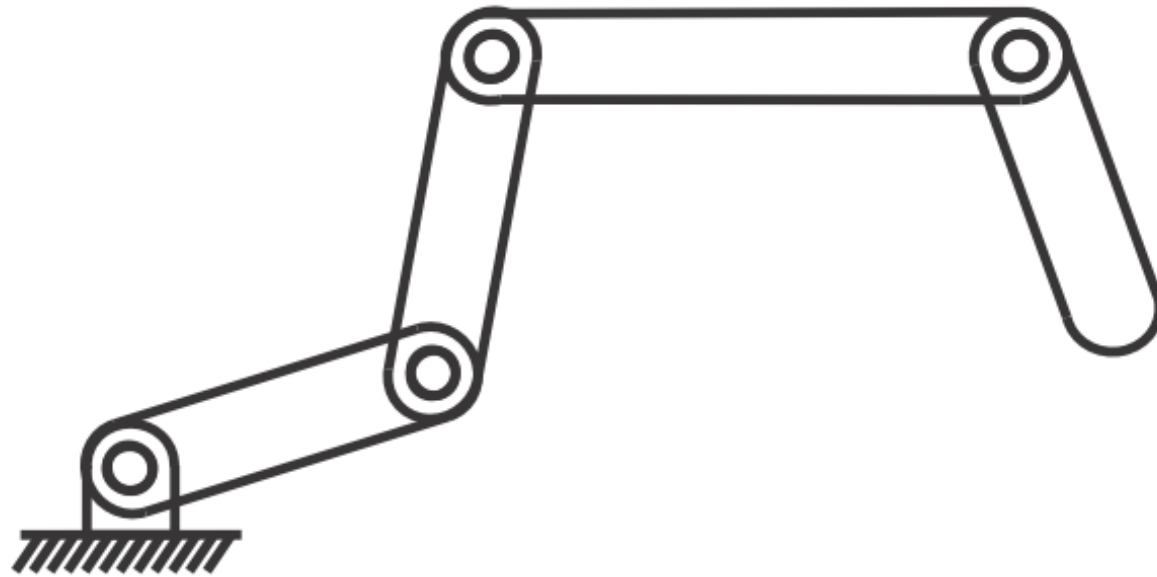


- $\text{dof} = 3(4 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{1}$ (3 περιστροφικές R, 1 πρισματική P)
- $\text{dof} = 3(3 - 1 - 3) + (1 + 1 + 2) = \mathbf{1}$ (2 περιστροφικές R, 1 περιστροφική-πρισματική RP)

Παράδειγμα 3

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Επίπεδη ανοικτή σειριακή αλυσίδα 4 ράβδων (ρομπότ kR)

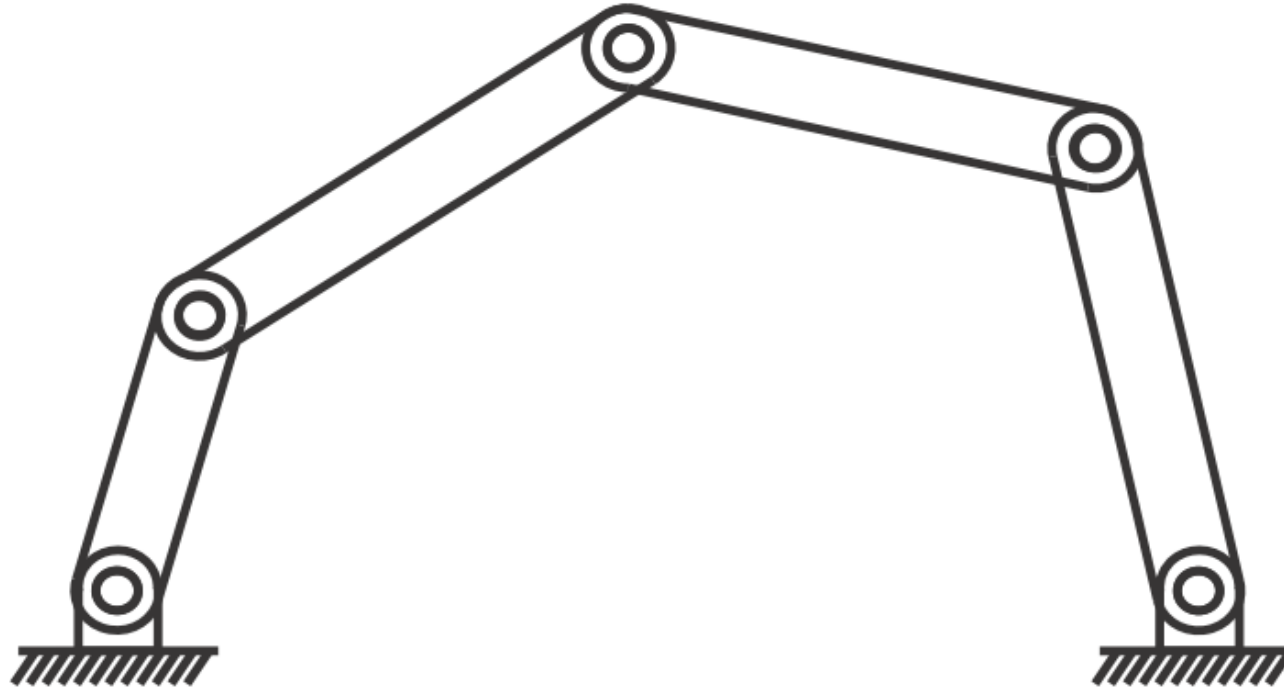


- $\text{dof} = 3 (5 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = 4$
- $\text{dof} = 3 ((k+1) - 1 - k) + (k) = k$ (γενικά, για ρομπότ kR)

Παράδειγμα 4

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Επίπεδη κλειστή σειριακή αλυσίδα 5 ράβδων

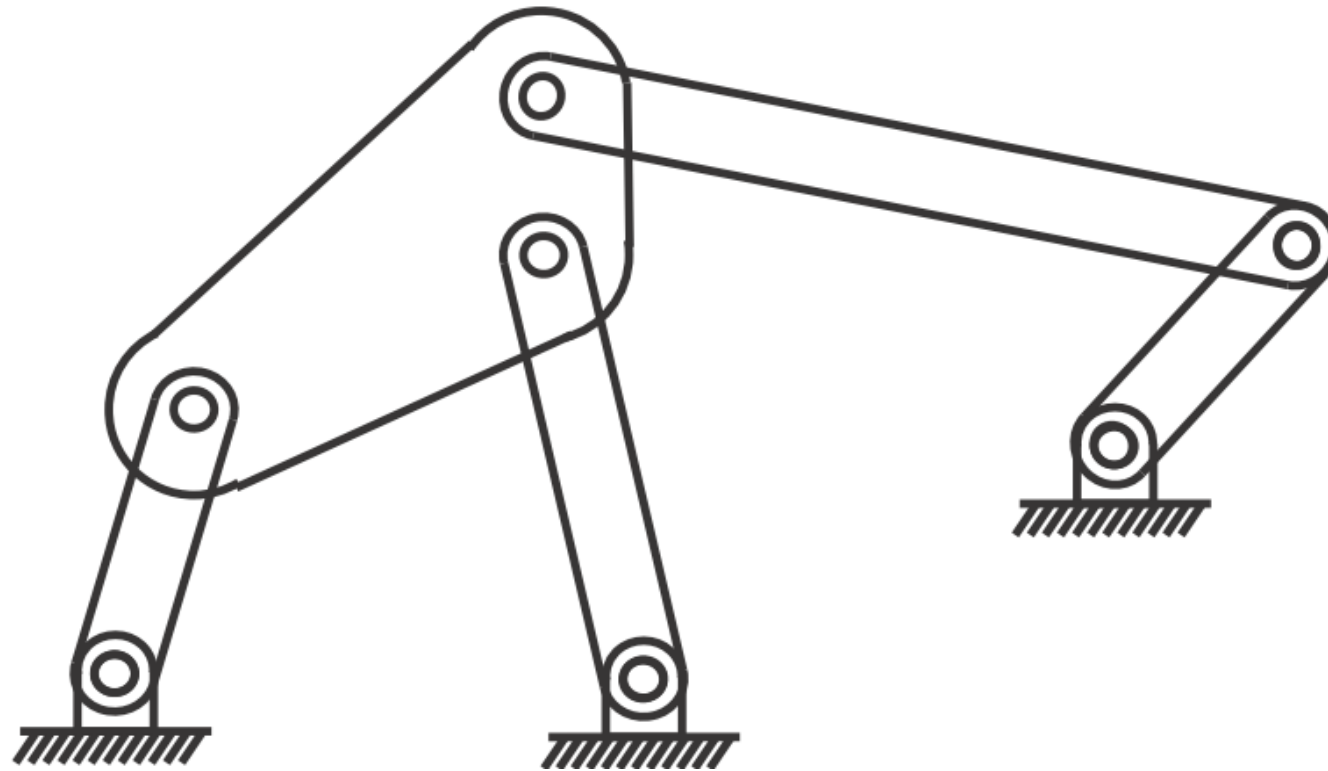


$$- \text{dof} = 3 (5 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 2$$

Παράδειγμα 5

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Μηχανισμός Stephenson 6 ράβδων

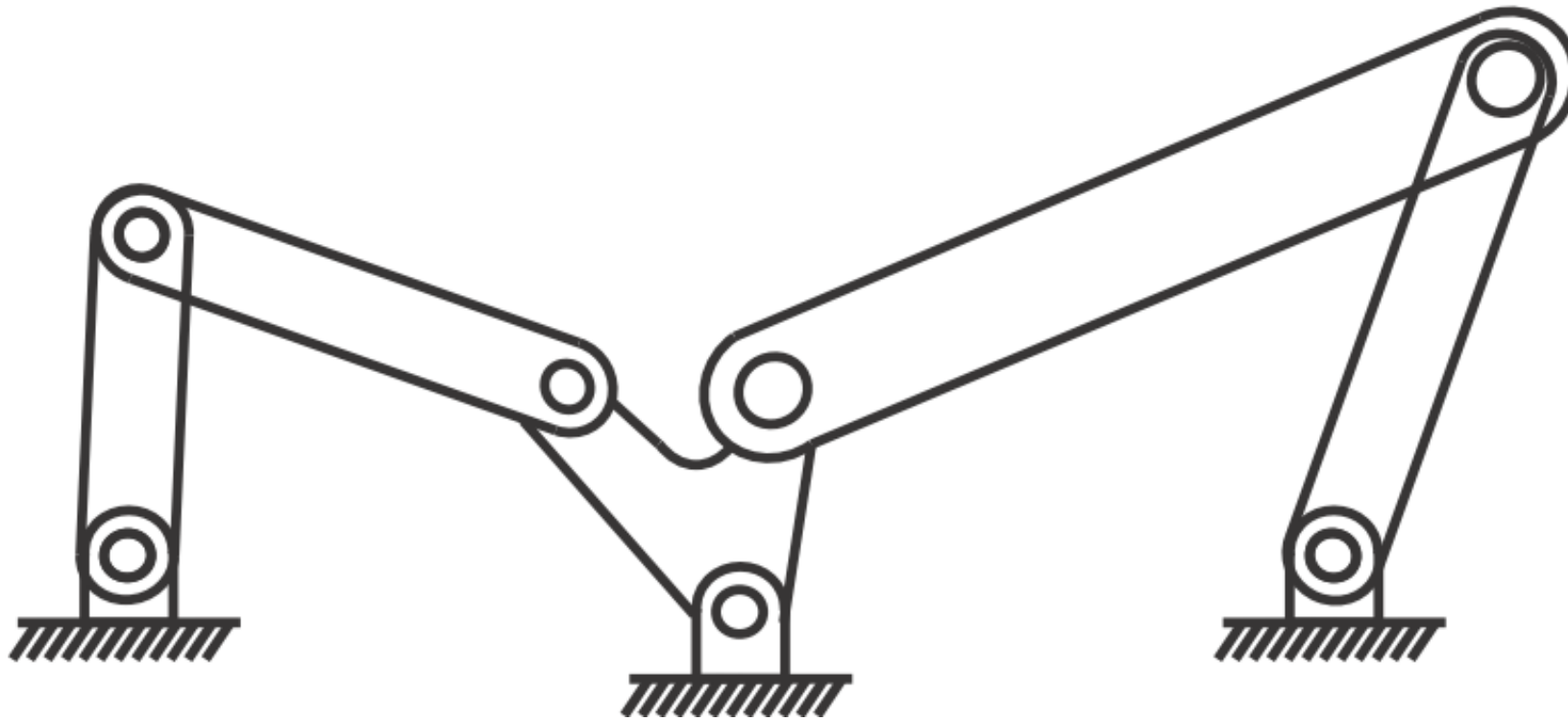


$$- \text{dof} = 3 (6 - 1 - 7) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{1}$$

Παράδειγμα 6

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Μηχανισμός Watt 6 ράβδων

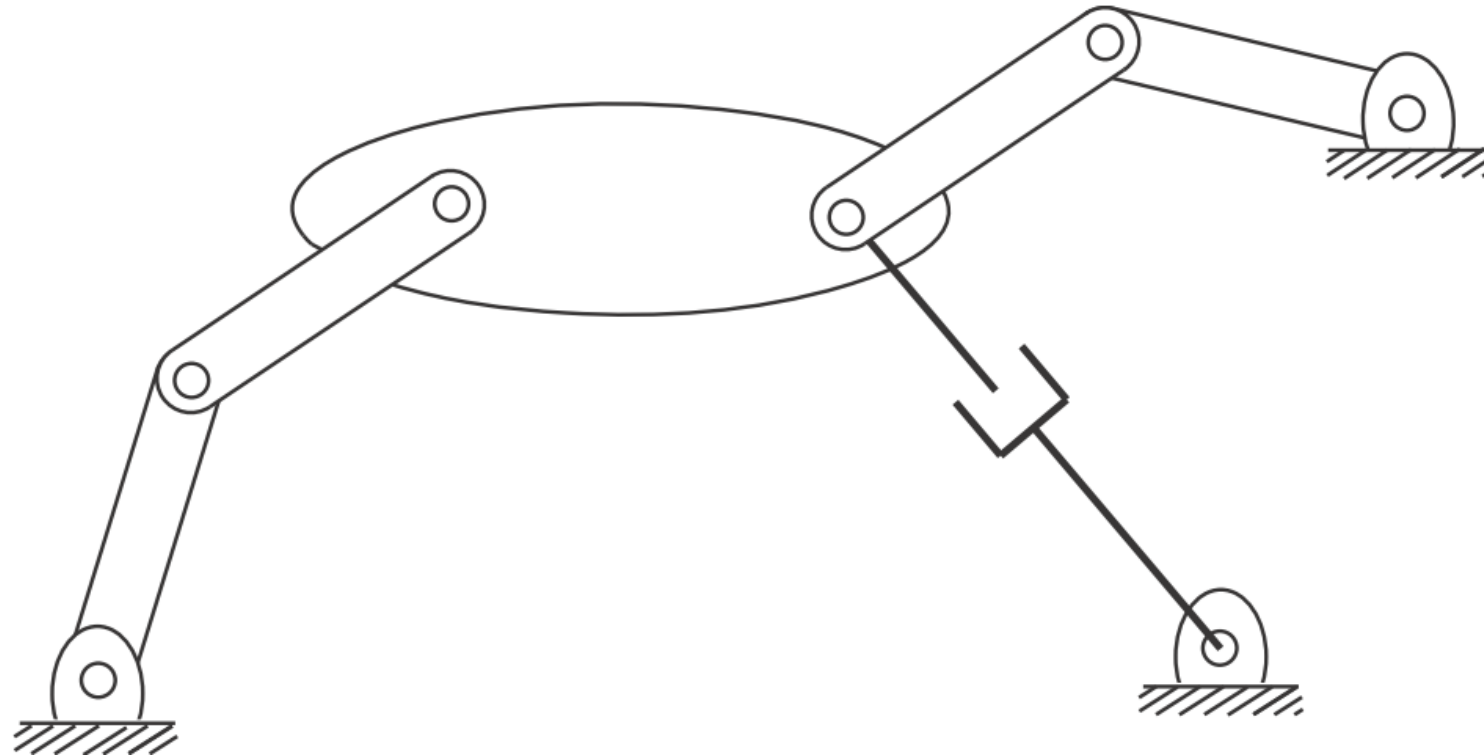


$$- \text{dof} = 3 (6 - 1 - 7) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{1}$$

Παράδειγμα 7

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Επίπεδος μηχανισμός με 2 επικαλυπτόμενες αρθρώσεις

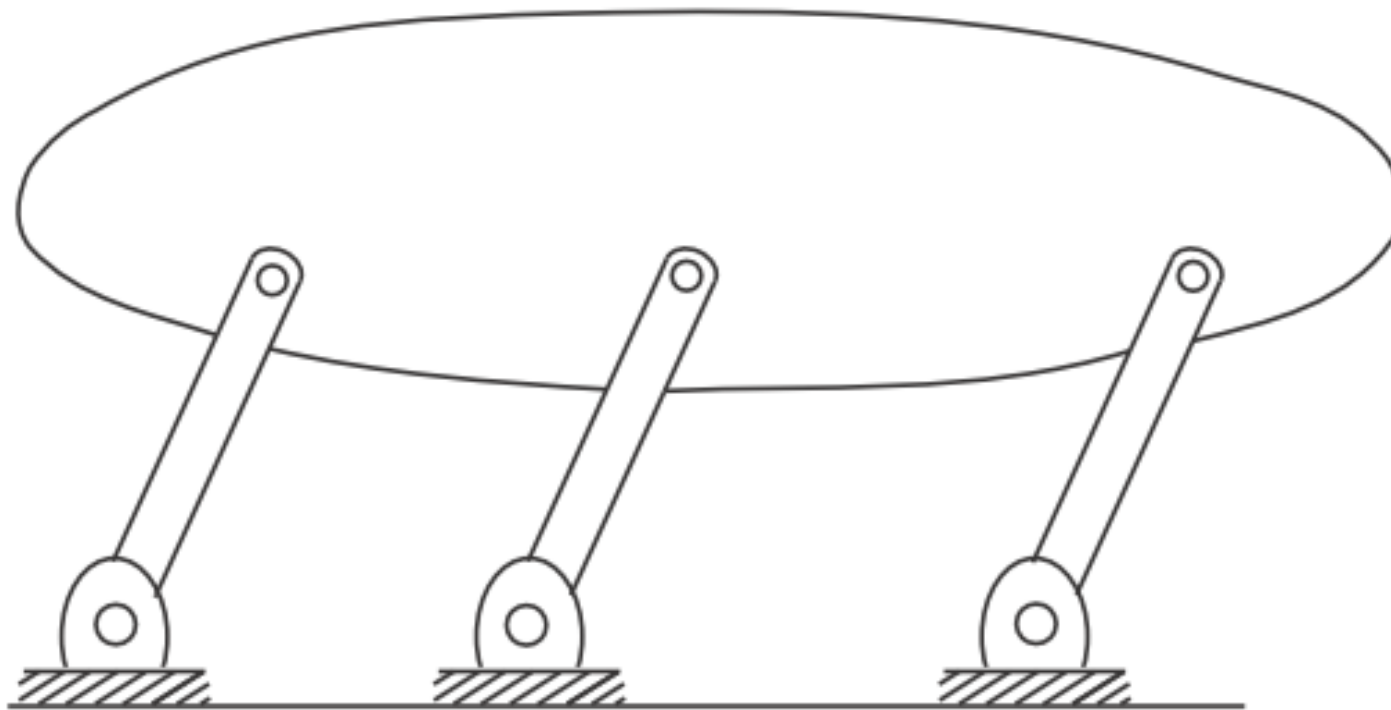


- $\text{dof} = 3 (8 - 1 - 9) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 3$ (8 R με $f=1$, 1 P με $f=1$)
- $\text{dof} = 3 (7 - 1 - 8) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2) = 3$ (7 R με $f=1$, 1 RP με $f=2$)

Παράδειγμα 8

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- Επίπεδος μηχανισμός με 2 επικαλυπτόμενες αρθρώσεις

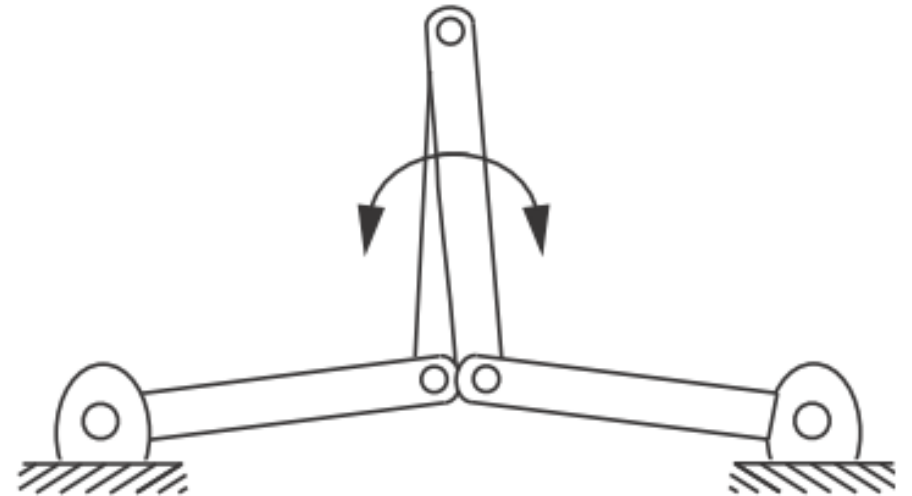
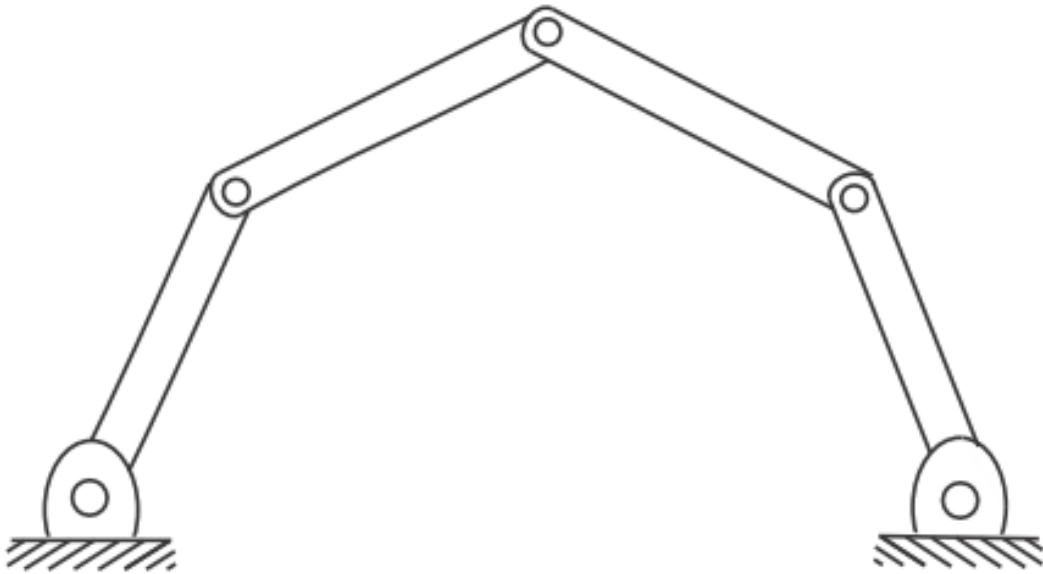


- $\text{dof} = 3 (5 - 1 - 6) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{0} !!!$ (υπάρχουν εξαρτημένοι περιορισμοί!)
- $\text{dof} = 3 (4 - 1 - 4) + (1 + 1 + 1 + 1) = \mathbf{1}$ (το ένα από τα τρία «πόδια» πλεονάζει!)

Παράδειγμα 9

$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

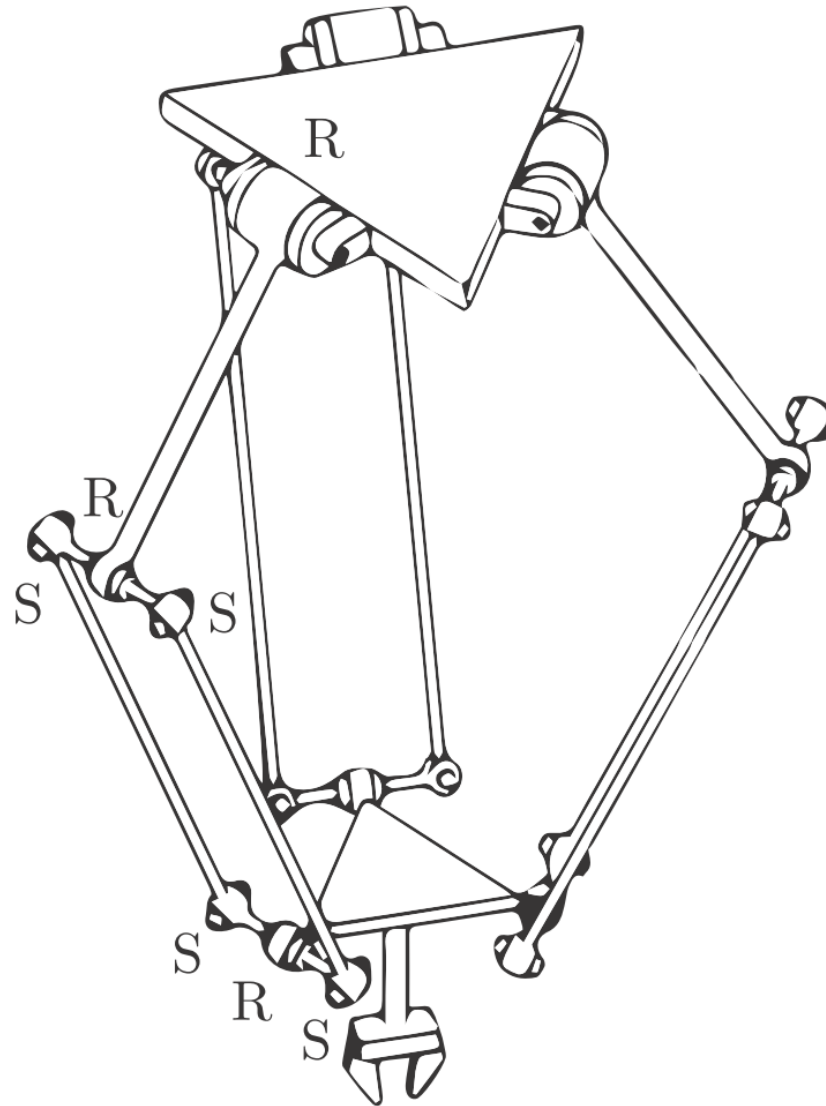
- Επίπεδος μηχανισμός 5 ράβδων



- $\text{dof} = 3(5 - 1 - 5) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 2$
- υπό ορισμένες συνθήκες, υπάρχουν ιδιόμορφες στάσεις, που δίνουν ακόμη 1 dof

Παράδειγμα 10

- Delta Robot

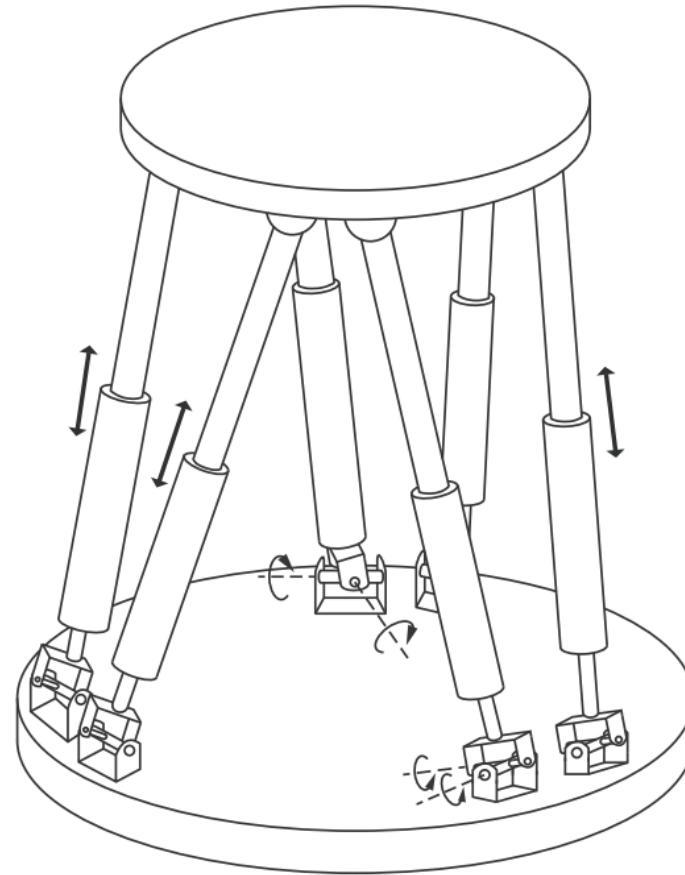


$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

- $\text{dof} = 6 (17 - 1 - 21) + 9 (1) + 12 (3) = \mathbf{15}$ (3×3 R με $f=1$, 3×4 S με $f=3$)
- ωστόσο, μόνο 3 dof είναι ορατοί στον ακροδέκτη! (πλατφόρμες: πάνω // κάτω)

Παράδειγμα 11

- Πλατφόρμα
Stewart-Gough



$$\text{dof} = m(N - 1 - J) + \sum_{i=1}^J f_i$$

Joint type	dof f	Constraints c between two planar rigid bodies	Constraints c between two spatial rigid bodies
Revolute (R)	1	2	5
Prismatic (P)	1	2	5
Helical (H)	1	N/A	5
Cylindrical (C)	2	N/A	4
Universal (U)	2	N/A	4
Spherical (S)	3	N/A	3

- $\text{dof} = 6 (14 - 1 - 18) + 6 (1) + 6 (2) + 6 (3) = 6$ (6 P με $f=1$, 6 U με $f=2$, 6 S με $f=3$)
- ιδανική δομή για προσομοιωτές πτήσης! (πλήρης κίνηση στον φυσικό χώρο)

Ευχαριστίες

- Ελευθέριος Δοϊτσίδης (Αν. Καθ. Σχολής ΜΠΔ Πολυτεχνείου Κρήτης)
- Σάββας Πιπερίδης (ΕΔΙΠ Σχολής ΜΠΔ Πολυτεχνείου Κρήτης)
- Νικόλαος Τσουρβελούδης (Καθ. Σχολής ΜΠΔ Πολυτεχνείου Κρήτης)
- Νικόλαος Βλάσσης (πρ. Καθ. Σχολής ΜΠΔ Πολυτεχνείου Κρήτης)
- Κωνσταντίνος Κυριακόπουλος (Ομ. Καθ. Σχολής ΜΜ, ΕΜΠ)
- Αντώνιος Τζες (πρ. Καθ. Τμήματος ΗΜΤΥ Πανεπιστημίου Πατρών)
- Γεώργιος Φουσκιτάκης (Αν. Καθ. Τμήματος ΗΜ, ΕΛΜΕΠΑ)